

## Písemná část zkoušky z AN1

11. ledna 2023

1. Vypočtete kořeny rovnice  $f(x) = y$  s neznámou  $x$  a parametrem  $y$  a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce  $f$  a rozhodněte, zda je prostá.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$$

- 1\* Určete, pro která  $z \in \mathbb{R}$  má rovnice s neznámou  $x$  a parametrem  $z$  řešení v  $\mathbb{R}$ .

$$\sqrt{f(x)} = z$$

2. Napište definici derivace funkce a použijte ji k výpočtu derivace funkce

$$f(x) = 3x - x^2$$

2\*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - x^2}}$$

3. Nalezněte intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce  $f$  rostoucí.

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x + 3}}$$

- 3\* Kromě monotonie vypočtete limity v nekonečnech a určete obor hodnot funkce  $f$ .

4. Vypočtete jednostranné limity funkce  $f$  v bodech 2 a  $-4$ . Má funkce  $f$  v daných bodech oboustrannou limitu?

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^3 - 12x + 16}$$

4\*

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{2 - \sqrt{x^3 - 12x + 20}}$$

5. Napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě 2 a načrtněte ji.

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x - 1}}$$

- 5\* Rovnici tečny použijte k výpočtu přibližné hodnoty  $f(2.6)$ . Určete jakého řádu je chyba vašeho odhadu.

- 6\*(žolík) Úkolem je vyrobit plechové konzervy ve tvaru válce s objemem  $V > 0$  tak, aby byly co nejlehčí. Najděte příslušný poměr výšky  $h$  a poloměru  $r$  jeho podstavy, a to nejdříve pro obecný objem  $V$ , pak pro  $V = 1000\text{cm}^3$ .