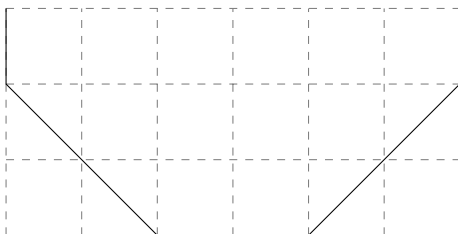


Písemná část zkoušky z AN1
11. ledna 2024

- Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.
 - Definujte funkce S , V , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny h .
 - Načrtněte graf funkce S .
 - Vypočtete derivaci V' . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



- Kromě výpočtu úlohy zdůvodněte podrobně bod (c).
- Určete definiční obor funkce f . Dále určete, zda má funkce v některých bodech odstranitelnou nespojitost.

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}(3 - \sqrt{x^2 + 5})}{x^2 + 2x - 8}$$

- Pro funkci

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}(3 - \sqrt{x^2 + 5})^4}{(x^2 + 2x - 8)^5}$$

- Použijte monotonii kvadratické funkce k vyřešení nerovnice.

$$\sqrt{10x - x^2} > x - 4$$

- Kromě vyřešení nerovnice vysvětlete za jakých podmínek je umocnění nerovnice korektní úprava. Dále uveďte příklad platné nerovnosti, jejímž umocněním dostaneme neplatnou nerovnost. A příklad neplatné nerovnosti, jejímž umocněním dostaneme platnou nerovnost.¹
- Napište Taylorův polynom prvního a druhého stupně funkce f v bodě a . Načrtněte graf Taylorova polynomu prvního stupně a určete, na které jeho straně leží graf polynomu druhého stupně.

$$f(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x^2 - 3}, \quad a = 2$$

¹Máme na mysli nerovnosti čísel. Například $2 < 3$ je platná nerovnost a jejím umocněním dostaneme platnou nerovnost $4 < 9$.

- 4* Vysvětlete, jak určíte vzájemnou polohu grafů obou polynomů, aniž byste tyto grafy načrtli.
5. Do kužele o výšce $h = 6\text{cm}$ a podstavě o průměru $d = 4\text{cm}$ vepište válec se stejnou osou rotace jako je kužel a s co největším objemem. Určete objem válce.
- 5* Nalezněte rozměry válce s největším povrchem.