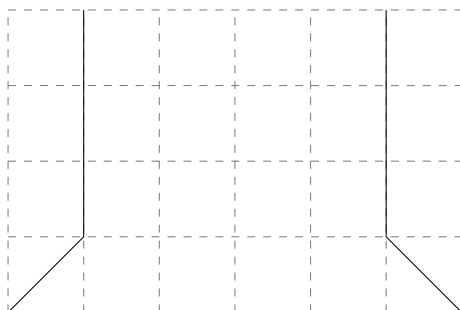


Písemná část zkoušky z AN1
26. ledna 2024

1. Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.
 - (a) Definujte funkce S , V , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisí na výšce hladiny h .
 - (b) Načrtněte graf funkce S .
 - (c) Výpočtěte derivaci V' . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



- 1* Kromě výpočtu úlohy zdůvodněte podrobně bod (c).
2. Řešte nerovnici s použitím důsledku věty o kořeni spojitě funkce.
$$1 - x \leq \sqrt{5 - x^2}$$
- 2* Kromě řešení nerovnice zformulujte důsledek věty o kořeni spojitě funkce a vysvětlete, jak z věty plyne.
3. Napište Taylorův polynom prvního a druhého stupně funkce f v bodě a . Načrtněte graf Taylorova polynomu prvního stupně a určete, na které jeho straně leží graf polynomu druhého stupně.

$$f(x) = \frac{2x - 5}{\sqrt{x^2 - 3}} \quad a = 2$$

- 3* Kromě výpočtu Taylorových polynomů vysvětlete, jak určíte vzájemnou polohu grafů obou polynomů, aniž byste tyto grafy načrtli.
4. Určete definiční obor funkce f . Dále určete, zda má funkce v některých bodech odstranitelnou nespojitost.

$$f(x) = \frac{(x - 4)(x + \sqrt{x + 12})}{x^2 - 9}$$

4*

$$f(x) = \frac{(x - 4)^4(x + \sqrt{x + 12})^3}{(x^2 - 9)^2}$$

5. Rozložte zlomek na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{x^5 - 3x^3 - 2x + 4}{x^4 + 2x^2}$$

- 5* Kromě výpočtu příkladu zdůvodněte podrobně odvození soustavy pro koeficienty.