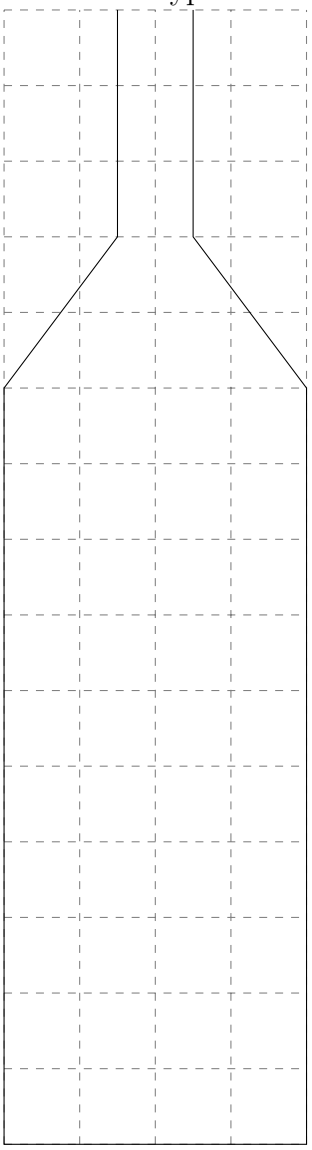
Úlohy na cvičení 1. listopadu 2023 z AN1

1. ABCDEF: Na minulém cvičení jsme odvozovali funkci popisující závislost objemu tekutiny na výšce hladiny pro nádobu, jejíž průřez je níže zakreslen v jednotkové mřížce.
   Dokončete výpočet derivace $V'(x)$ a ukažte, že se rovná obsahu hladiny.



2. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f.

   AD:

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+x+2}$$

BF:

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+3}}$$

CE:

$$f(x) = -x^4 - 8x^3 + 32x^2$$

3. Na přednášce jsme ukázali, že

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Ukažte podobně, že

AB:

$$\lim_{x\to+\infty} 3 = 3$$

nebo lépe obecně, že pro $L \in \mathbb{R}$ platí

$$\lim_{x\to+\infty} L = L$$

CD:

$$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$$

EF:

$$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$$

4. A–F:
Ukažte, jak pro funkci f a interval I plyne z

$$(\forall a, x \in I)\left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a} < 0\right),$$

že funkce f je na intervalu I klesající.