

Úlohy na cvičení z AN1

9. října 2024

- 1a Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě a . Pro kontrolu výpočtu nechte desmos nebo jiný grafický software vykreslit graf funkce i tečnu. K výpočtu derivace použijte vzorce.

$$f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{6 + x}, \quad a = -2$$

1b

$$f(x) = x\sqrt{x^3 - 2x}, \quad a = 2$$

1c

$$f(x) = \sqrt{7 + \sqrt{2x}}, \quad a = 2$$

1d

$$f(x) = \sqrt{3 - \sqrt{x^2 - 5}}, \quad a = 3$$

- 2a Z rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku o délce přepony $c = 1$ odřízneme lichoběžník, jehož jedna ze základů je totožná s přeponou trojúhelníku a který má výšku x . Vyjádřete pomocí x obsah lichoběžníku $S(x)$.

Vypočtěte $S'(x)$ dvojnásobem: použitím vzorců pro derivování a geometrickou úvahou.

- 2b Pravoúhlý trojúhelník, lichoběžník a x jako v předchozí úloze ... pomocí x vyjádřete obsah pravoúhlého trojúhelníku, který zbyde po odříznutí lichoběžníku.

Opět vypočtěte derivaci obsahu oběma způsoby.

- 2c Kužel má kruhovou podstavu o poloměru $r = 2$ a výšku $h = 3$. Ve vzdálenosti x od vrcholu kužele vedeme řez kužele rovinou kolmou k ose kužele. Tato rovina rozdělí kužel na menší kužel a komolý kužel.

Vyjádřete objem každého z těles jako funkci proměnné x .

Tyto funkce zderivujte dvěma způsoby: použitím vzorců pro derivování a geometrickou úvahou.

- 3a Vypočtěte derivaci funkce f . K výpočtu použijte definici derivace. Výsledek pak zkontrolujte derivací podle vzorců.

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

- 4a Použijte pravidlo pro derivaci složené funkce k výpočtu derivace funkce f .
Návod: převrácenou hodnotu napište jako mocninu s exponentem -1 .

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 5}$$

4b

$$f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

4c

$$f(x) = \frac{1}{g(x)}$$

5. Odvoďte vzorec pro derivaci podílu úpravou podílu na součin. Použijte pravidlo pro derivaci součinu a výsledek předchozí úlohy

$$\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) (g(x))^{-1}$$

6. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny se záporným celým exponentem $(x^{-n})'$.
7. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny s racionálním exponentem $(\sqrt[m]{x^n})'$.