Úlohy na cvičení z AN1

13. listopadu 2024

Poznámka: úlohy 4 až 10 jsou zopakovány ze starších cvičení. Přitom úlohy 6 až 10 jsou vyřešené ve videích, odkaz na videa je na webu předmětu u přednášky 3. října a na elearningu u informace o výuce 21. září pro studenty v kombinované formě.

1. Načrtněte graf konvergentní poslopunosti, na grafu vyznačte její limitu. V grafu vyznačte vybranou posloupnost a ukažte, že má stejnou limitu.

2. Načrtněte graf konvergentní posloupnosti, na grafu vyznačte její limitu a okolí této limity pro epsilon rovno jedné. Zopakujte z přednášky konstrukci dolní a horní meze posloupnosti a vysvětlete ji na grafu.

3. Dokažte větu o jednoznačnosti limity konvergentní posloupnosti podle návodu z přednášky.

4d Vypočtěte limitu posloupnosti. jednotlivé kroky výpočtu zdůvodněte.

$$\lim \frac{n^2+1}{2-3n^4}$$

4e

$$\lim \frac{(n+1)^3+(2n+1)^4}{n^4+1}$$

4f

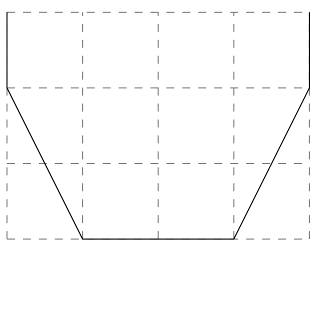
$$\lim \frac{(n^2+1)^3+(n^3+1)^2}{(n+3)^4+n^6}$$

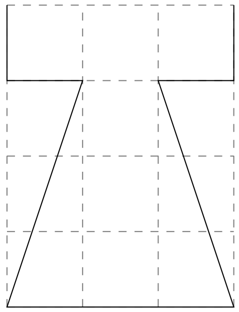
5b Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

(a) Definujte funkce S, V, které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny h.

(b) Načrtněte graf funkce S.

(c) Výpočtěte derivaci V'. Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



5c 

6a Vypočtěte derivaci funkce f. K výpočtu použijte definici derivace. Výsledek pak zkontrolujte derivací podle vzorců.

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

7a Použijte pravidlo pro derivaci složené funkce k výpočtu derivace funkce f.

Návod: převrácenou hodnotu napište jako mocninu s exponentem -1.

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 5}$$

7b

$$f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

7c

$$f(x) = \frac{1}{g(x)}$$

8. Odvoďte vzorec pro derivaci podílu úpravou podílu na součin. Použijte pravidlo pro derivaci součinu a výsledek předchozí úlohy

$$\frac{f(x)}{g(x)} = f(x)\,(g(x))^{-1}$$

9. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny se záporným celým exponentem $(x^{-n})'$.

10. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny s racionálním exponentem $(\sqrt[m]{x^n})'$.