

Úlohy na cvičení z AN1

20. listopadu 2024

Poznámka: úlohy 4 až 10 jsou zopakovány ze starších cvičení. Přitom úlohy 6 až 10 jsou vyřešené ve videích, odkaz na videa je na webu předmětu u přednášky 3. října a na elearningu u informace o výuce 21. září pro studenty v kombinované formě.

1. Dokažte důsledek věty o kořeni spojitě funkce:

Nechť I je interval, funkce f je spojitá na I a pro všechna $x \in I$ platí $f(x) \neq 0$.

Pak platí buď $\forall x \in I : f(x) > 0$, nebo $\forall x \in I : f(x) < 0$.

2a Řešte nerovnici

$$\sqrt{2x^2 + 7} \leq 2x - 1$$

2b

$$\sqrt{4x + 1} \geq x + 1$$

2c

$$\sqrt{7 - 3x^2} \geq x + 1$$

3g Vypočtěte limitu posloupnosti. jednotlivé kroky výpočtu zdůvodněte.

$$\lim \frac{(n^4 - n)^2}{(n + 1)^7 + (2n + 1)^8}$$

3h

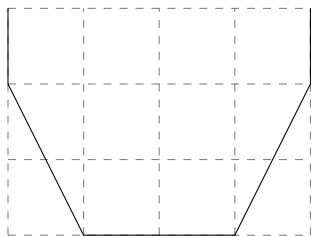
$$\lim \frac{(n^3 + 1)^2 - (n^2 + 1)^3}{(n + 2)^7}$$

4b Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

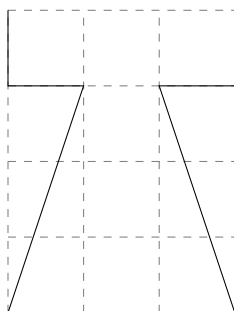
(a) Definujte funkce S , V , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny h .

(b) Načrtněte graf funkce S .

(c) Vypočtěte derivaci V' . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



4c



- 5a Vypočtete derivaci funkce f . K výpočtu použijte definici derivace. Výsledek pak zkontrolujte derivací podle vzorců.

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

- 6a Použijte pravidlo pro derivaci složené funkce k výpočtu derivace funkce f .
Návod: převrácenou hodnotu napište jako mocninu s exponentem -1 .

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 5}$$

6b

$$f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

6c

$$f(x) = \frac{1}{g(x)}$$

7. Odvoďte vzorec pro derivaci podílu úpravou podílu na součin. Použijte pravidlo pro derivaci součinu a výsledek předchozí úlohy

$$\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) (g(x))^{-1}$$

8. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny se záporným celým exponentem $(x^{-n})'$.

9. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny s racionálním exponentem $(\sqrt[n]{x^n})'$.