

Úlohy na cvičení z AN1
11. prosince 2024

Poznámka: úlohy 3 až 10 jsou zopakovány ze starších cvičení.

- 1a Vypočtete jednostranné derivace funkce f v bodech $a \in \mathbb{R}$. Určete, v kterých bodech je funkce f diferencovatelná.

$$f(x) = |x^2 - 4|$$

1b

$$f(x) = |x^3 - 2x^2|$$

2. Na minulém cvičení jsme ukázali, že funkce $f_5(x) = x^5$ je rostoucí na \mathbb{R} .

Ukažte, že funkce $f_6(x) = x^6$ je rostoucí na intervalu $[0, \infty)$ a klesající na intervalu $(-\infty, 0]$.

- 3c Vypočtete limity

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x + a}, \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$$

3d

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1}$$

- 4g Vypočtete limitu posloupnosti. jednotlivé kroky výpočtu zdůvodněte.

$$\lim \frac{(n^4 - n)^2}{(n + 1)^7 + (2n + 1)^8}$$

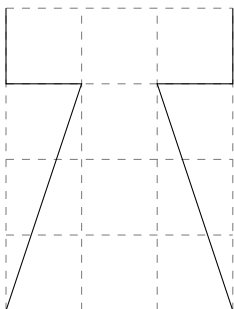
4h

$$\lim \frac{(n^3 + 1)^2 - (n^2 + 1)^3}{(n + 2)^7}$$

- 5c Na obrázku je znázorněn průřez rotačně symetrickou nádobou v jednotkové mřížce.

- (a) Definujte funkce S , V , které charakterizují, jakým způsobem plocha hladiny a objem pod hladinou závisejí na výšce hladiny h .
- (b) Načrtněte graf funkce S .

- (c) Vypočtete derivaci V' . Jak tuto derivaci použijete k ověření správnosti výpočtu?



- 6a Vypočtete derivaci funkce f . K výpočtu použijte definici derivace. Výsledek pak zkontrolujte derivací podle vzorců.

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

- 7a Použijte pravidlo pro derivaci složené funkce k výpočtu derivace funkce f .
Návod: převrácenou hodnotu napište jako mocninu s exponentem -1 .

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 5}$$

7b

$$f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

7c

$$f(x) = \frac{1}{g(x)}$$

8. Odvoďte vzorec pro derivaci podílu úpravou podílu na součin. Použijte pravidlo pro derivaci součinu a výsledek předchozí úlohy

$$\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) (g(x))^{-1}$$

9. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny se záporným celým exponentem $(x^{-n})'$.
10. Odvoďte vzorec pro derivaci mocniny s racionálním exponentem $(\sqrt[n]{x^n})'$.