Třetí série úloh ze středoškolské matematiky pro studenty FP TUL

Cíl: procvičit porozumění psanému textu, procvičit použití přímé úměry a až v další řadě procvičit geometrii.

Doporučujeme každou úlohu začít náčrtkem zadání. U každé úlohy uveďte i obor proměnné (zpravidla to bude interval).

1. Pravoúhlý trojúhelník má přeponu o velikosti $c = 1$. Vyjádřete jeho obsah jako funkci velikosti jedné z jeho odvěsen.

2. Vyjádřete velikost přepony c rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku jako funkci obvodu trojúhleníku.

3. Z rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku o délce přepony $c = 1$ odřízneme lichoběžník, jehož jedna ze základen je totožná s přeponou trojúhelníku a který má výšku x. Vyjádřete pomocí x obsah lichoběžníku.

4. Pravoúhlý trojúhelník, lichoběžník a x jako v předchozí úloze . . . pomocí x vyjádřete obsah pravoúhlého trojúhelníku, který zbyde po odříznutí lichoběžníku.

5. Mezikruží má vnitřní poloměr r a vnější poloměr $2r$. Úhel o velikosti $\varphi = 2\pi/3$ má vrchol ve středu mezikruží. Vyjádřete pomocí r obsah části mezikruží vytknutou (tj. vyříznutou) tímto úhlem.

6. Mezikruží má vnitřní poloměr $r_1 = 2$ a vnější poloměr $r_2 = 5$. Úhel o velikosti φ má vrchol ve středu mezikruží. Pomocí φ vyjádřete obsah části mezikruží vytknutou tímto úhlem.

7. Pravoúhlý lichoběžník má základny délek $a = 1$, $b = 4$ a výšku $v = 2$. Lichoběžník rozdělíme na dvě části přímkou rovnoběžnou se základnami ve vzdálenosti x od kratší základny. Vyjádřete obsahy každé takto vzniklé části lichoběžníku jako funkci proměnné x.

8. Vyjádřete poměr velikosti ramene a základny rovnoramenného trojúhelníku pomocí úhlu α, který svírají ramena trojúhelníku.

9. Do rovnoramenného trojúhelníku o základně délky $z = 4cm$ a výšce $v = 7cm$ vepište obdélník tak, aby dva jeho vrcholy ležely na základně trojúhelníku a druhé dva na ramenech trojúhelníku.

   Vyjádřete obsah obdélníku jako funkci délky jeho strany, která leží na základně trojúhelníku.

10. Kužel má kruhovou podstavu o poloměru $r = 2$ a výšku $h = 3$. Ve vzdálenosti x od vrcholu kužele vedeme řez kužele rovinou kolmou k ose kužele. Vyjádřete plošný obsah řezu kužele jako funkci proměnné x.

Poznámka: v úlohách používáme formulace „vyjádřete pomocí …“ a „vyjádřete jako funkci …“. Tyto dvě formulace mají totožný význam.