

První série úloh z předmětu AN2E/KA2

Nápověda: 22.2.2011

Termín odevzdání: 1/1–1/6 29.2., 1/7, 1/8 7.3.

Vše řádně zdůvodněte (výjimkou je vyplnění tabulky v příkladu 1/7).

www.fp.tul.cz/~simunkova/analyza

www.karlin.mff.cuni.cz/~jvesely

1/1 - 1/5 Vypracujte písemku z termínu dne 9.2.2012. U příkladu s derivacemi je nejen spočtete, ale i upravte. Řadu vyřešte podílovým i odmocninovým kritériem (umíte-li, můžete i jinak). (5x 4 body)

1/6 Pro funkci

$$f(x) = x \cos \frac{1}{x}$$

- (a) určete definiční obor a nalezněte průsečíky grafu f s osou x a přímkami $y = x$, $y = -x$ (2 body)
- (b) Přímkou $y = x$, $y = -x$ rozdělují rovinu na 4 části. Určete, v kterých částech leží graf funkce f . (2 body)
- (c) Na základě bodů (a), (b) načrtněte graf funkce f a funkcí

$$g : x \mapsto \text{sign}(f(x))$$

$$h : x \mapsto (g(x))^2$$

(3 body)

- (d) Zjistěte, zda lze funkce f , g , h spojitě rozšířit na \mathbb{R} . (4 body)

1/7 Ukažte, že funkce složená ze dvou klesajících funkcí je monotonní. Vyplňte tabulku určující druh monotonie složené funkce v závislosti na druhu monotonie funkcí, ze kterých ji skládáme. Druhem monotonie rozumíme rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající. (4 body)

1/8 Ukažte, že funkce inverzní ke klesající funkci je monotonní. Platí obdobné tvrzení pro nerostoucí funkci? (3 body)