

Pátá série úloh z předmětů AN2E a KA2

Body: 20/16/12

Všechny své výsledky řádně zdůvodněte.

1. Vypočtěte integrály

$$\int_{-\pi}^{4\pi/3} \frac{\sin x}{\sin x + 3} dx, \quad \int_{-\pi}^{4\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x + 3} dx.$$

2. Vypočtěte integrál

$$\int_{-1}^2 \sqrt{\frac{x+1}{x+4}} dx.$$

3. Vypočtěte integrály

$$\int_3^5 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx, \quad \int_3^5 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx.$$

4. Pomocí integrálu vypočtěte objem kužele o výšce v a poloměru podstavy r a povrch jeho pláště. Výsledky porovnejte se známými hodnotami.
5. Načrtněte křivku $\mathcal{K} = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in [0, 2], y = x^2\}$ a vypočtěte její délku.
6. Načrtněte křivku $\mathcal{K} = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y \in [0, 2], x = y^2\}$ a vypočtěte její délku.
7. Odvoďte rekurentní vztah pro integrál

$$I_n = \int_0^x \cos^n t dt$$

a vypočtěte I_8 .

8. Vypočtěte

$$\int_0^x \frac{1}{(t^2 + a^2)^4} dt.$$

9. Vypočtěte

$$\int_0^x t^6 e^{2t} dt.$$