

Osmá semestrální práce z předmětu AN2E

Podstatná součást všech úkolů je přiměřeně podrobný popis, jak jste k výsledkům došli.

Všechny úlohy jsou bonusové.

1. Vypočtěte integrály

$$\int_{-\pi}^{4\pi/3} \frac{\sin x}{\sin x + 3} dx, \quad \int_{-\pi}^{4\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x + 3} dx.$$

2. Vypočtěte integrál

$$\int_{-1}^2 \sqrt{\frac{x+1}{x+4}} dx.$$

3. Vypočtěte integrály

$$\int_3^5 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx, \quad \int_3^5 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx.$$

4. Pomocí integrálu vypočtěte objem kužele o výšce v a poloměru podstavy r a povrch jeho pláště. Výsledky porovnejte se známými hodnotami.

5. Načrtněte křivku $\mathcal{K} = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \in [0, 2], y = x^2\}$ a vypočtěte její délku.

6. Načrtněte křivku $\mathcal{K} = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y \in [0, 2], x = y^2\}$ a vypočtěte její délku.

7. Odvoďte rekurentní vztah pro integrál

$$I_n = \int_0^x \cos^n t dt$$

a vypočtěte I_8 .

8. Vypočtěte

$$\int_0^x \frac{1}{(t^2 + a^2)^4} dt.$$

9. Vypočtete

$$\int_0^x t^6 e^{2t} dt.$$

10. Převeďte integrál dvěma různými substitucemi na integrál z racionální funkce a jednou z nich integrál vypočtete

$$\int \frac{1}{\sin^3 x} dx.$$

11. Převeďte integrál dvěma různými substitucemi na integrál z racionální funkce a jednou z nich integrál vypočtete

$$\int \frac{1}{\sin^4 x} dx.$$

12. Ukažte platnost vzorců

$$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}, \quad \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \log \frac{x - a}{x + a}.$$

13. Zjistěte, zda existují následující Newtonovy integrály a případně je vypočtete

$$\int_{-\pi}^{2\pi} \frac{1}{3 + \sin x} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{1}{x^3} dx.$$