Písemná část zkoušky z předmětu AN2E
1. července 2016

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Určete definiční obor funkce f a nalezněte maximální (vzhledem k inkluzi) interval (intervaly), na němž (nichž) je f konvexní.
$$f : x \mapsto \exp(2 + x - 2x^2)$$
2. Určete, zda existují limity funkcí f, g v bodě 0 a popřípadě je vypočtěte.
$$f : x \mapsto (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}, \quad g : x \mapsto (3 + x)^{\frac{1}{x}}$$
3. Pro funkci
$$f : x \mapsto -\cos(3x^2) + \exp(-2x^2) + 2x^2$$
   (a) Sestrojte Taylorův polynom čtvrtého stupně v bodě 0,
   (b) Taylorův polynom použijte k výpočtu limity podílu $f(x)/x^4$ pro $x \to 0$
   (c) a k výpočtu hodnoty čtvrté derivace funkce f v bodě nula.
4. Číslo x má periodický dvojkový rozvoj $0.\overline{10}$. Napište jej ve tvaru geometrické řady a poté řadu sečtěte a vyjádřete x jako racionální číslo ve zkráceném tvaru (v desítkové soustavě).
5. Načrtněte obrazec $\mathcal{O}$ a vypočtěte objem a povrch tělesa, které vznikne jeho rotací kolem osy x.
$$\mathcal{O} = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 4], y \in [0, \sqrt{x}]\}$$