

# Semestrální práce z předmětu AN2E

## Integrovaní I

Podstatná součást všech úkolů je přiměřeně podrobný popis, jak jste k výsledkům došli.

1. Pro následující funkce najděte jejich přirozené definiční obory, na jejich jednotlivých intervalech najděte k funkcím primitivní funkci a udělejte zkoušku.

Při každé substituci uveďte interval pro novou proměnnou.

(a)

$$x \mapsto \frac{x}{1 + \sqrt{x^2 + 1}}$$

(b)

$$x \mapsto \frac{\sqrt{1 - \log x}}{3x + x \log x}$$

(c)

$$x \mapsto \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x}$$

2. Ukažte, že pro  $a > 0$  je funkce

$$x \mapsto \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$$

na  $\mathbb{R}$  primitivní funkcí funkce

$$x \mapsto \frac{1}{x^2 + a^2}.$$

3. Ukažte, že pro  $a > 0$  je funkce

$$x \mapsto \frac{1}{2a} \log \frac{x - a}{x + a}$$

na  $(-\infty, -a)$  a  $(a, +\infty)$  primitivní funkcí funkce

$$x \mapsto \frac{1}{x^2 - a^2}.$$

4. Načrtněte grafy funkcí  $f$  (včetně správně zakreslených lokálních extrémů) a z rovnice  $x = f(t)$  vypočtěte  $t$ .

(a)

$$f : t \mapsto \frac{1}{4}t - 2 - \frac{4}{t+8}$$

(b)

$$f : t \mapsto \frac{1}{4}t - 2 + \frac{4}{t+8}$$

5. Z rovnice vypočtete  $x$ :

$$t = 2x + \sqrt{4x^2 + 32x + 80}.$$