

## Semestrální práce z předmětu AN2E

### Konvexní funkce

Podstatná součást všech úkolů je přiměřeně podrobný popis, jak jste k výsledkům došli.

1. Ukažte, že pro všechna reálná čísla  $a < b < c$ ,  $A, B, C$  platí

$$B \leq \frac{c-b}{c-a} A + \frac{b-a}{c-a} C \iff \frac{C-A}{c-a} \leq \frac{C-B}{c-b}.$$

2. Určete definiční obory funkcí  $f, g$  a nalezněte intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž jsou tyto funkce konvexní.

$$f : x \mapsto \log \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad g : x \mapsto \exp(1 + \operatorname{tg} x).$$

3. Napište definici inflexního bodu funkce a uveďte zdroj, odkud jste čerpali. Dále pro každou funkci z příkladu 2 nalezněte inflexní body, nakreslete tečny ke grafu v těchto bodech a napište jejich rovnice.
4. Načrtněte grafy funkcí z příkladu 2; kromě toho, co již máte spočítané, je dobré ještě spočítat nějaké limity.
5. Ukažte, že funkce nerostoucí na intervalu  $I = (a, b)$  má v bodě  $x_0 \in I$  limitu zprava.
6. Ukažte, že funkce nerostoucí na intervalu  $I = (a, b)$  má v bodě  $x_0 \in I$  limitu zleva.
7. Ukažte, že funkce neklesající na intervalu  $I = (a, b)$  má v bodě  $x_0 \in I$  limitu zleva.