

Písemná část zkoušky z předmětu AN2E
15. června 2017

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Vypočtěte limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 3^x \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 3^{-x}$$

2. Ukažte, že polynom P je Taylorovým polynomem funkce f stupně dva v bodě nula a vypočtěte horní odhad chyby, které se pro $x \in (-0.1, 0.1)$ dopustíte, když nahradíte hodnotu $f(x)$ hodnotou $P(x)$.

$$f : x \mapsto \frac{1}{1+x} \quad P : x \mapsto 1 - x + x^2$$

3. Číslo mající desetinný periodický rozvoj $0.\overline{502}$ vyjádřete ve tvaru zlomku s celočíselným čitatelem a jmenovatelem. Podobně pro dvojkový rozvoj $0.\overline{0011}$.
Obě úlohy řešte dvěma způsoby: sečtením geometrické řady a vynásobením čísla vhodnou mocninou dvou či deseti.

4. Pro následující funkce určete jejich přirozený definiční obor a na jeho jednotlivých intervalech nalezněte k funkcím primitivní funkci. Proveďte zkoušku správnosti výsledku.

$$f : x \mapsto (x^3 - 2) \exp(-x) \quad g : x \mapsto \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{x+1}{x}}$$

5. Graf funkce f je sjednocením úseček AB , CD (krajní body do grafu funkce nepatří). Načrtněte graf funkce f a prostředky elementární geometrie vypočtěte pro $x \in (0, 2)$ Riemannův integrál s proměnnou horní mezí $F(x) = (\mathcal{R}) \int_0^x f(t) dt$. Vysvětlete, proč k výpočtu integrálu nepotřebujeme znát hodnotu $f(1)$. Vypočtěte derivaci funkce F na intervalu $(0, 2)$ – je tato derivace definovaná ve všech bodech intervalu?

$$A = [0, 3] \quad B = [1, 0] \quad C = [1, -1] \quad D = [2, 0]$$