

Požadavky k ústní zkoušce z předmětu AN2E

23. května 2018

1. Goniometrické funkce, jejich definice na jednotkové kružnici, odvození součtových vzorců.
Definice radiánu a geometrické odvození hodnoty limity $\sin x/x$ pro $x \rightarrow 0$.
Odvození funkcí arcsin, arccos, arctg, arccotg.
Odvození derivací funkcí sin, cos, tg, cotg, arcsin, arccos, arctg, arccotg.
2. Definice racionální funkce, ryze lomené funkce, parciálních zlomků, rozklad na parciální zlomky.
3. Povídání o definici mocnin s celočíselným, racionálním a reálným exponentem, vztah, který chceme, aby platil, odkud se vzal.
Definice exponenciální funkce (s Eulerovým číslem jako základem), odvození derivace exponenciální funkce, definice logaritmu a odvození derivace logaritmu.
4. Taylorův polynom, jeho aproximační vlastnosti, zbytek Taylorova polynomu, dvě věty o zbytku a jejich použití na odhad hodnoty zbytku a konstrukci Taylorova polynomu „dosazením“.
5. Definice konvexní funkce na intervalu.
Příklad nespojitě konvexní funkce na intervalu (návod: nemůže to být otevřený interval).
Věta o jednostranných limitách konvexní funkce.
Věta o konvexní funkci a první derivaci.
Věta o konvexní funkci a druhé derivaci.
6. Definice nekonečné řady, součtu řady, konvergentní řady. Příklad řady s konečným součtem, nekonečným součtem a řady, která součet nemá.
Konečná a nekonečná geometrická řada a jejich součty.
Řada s nezápornými členy, kritéria konvergence (srovnávací, limitní srovnávací, podílové, limitní podílové).
Definice absolutně konvergentní řady, lemma o konvergenci absolutně konvergentní řady, věta o přerovnání absolutně konvergentní řady, kritéria konvergence absolutně konvergentní řady.
Řady se střídavými znaménky, Leibnizovo kritérium (důkaz na příkladu řady $\sum (-1)^k/k$).
Věta o přerovnání neabsolutně konvergentní řady a hlavní myšlenka jejího důkazu.
Eulerovo číslo jako limita posloupnosti a jako součet řady, důkaz iracionality Eulerova čísla.
7. Definice primitivní funkce na intervalu, vlastnosti, co je špatně na vzorci $\int \frac{1}{x} dx = \log|x| + C$.

Povídání o obsahích obdélníků, trojúhelníků, lichoběžníků, kruhu, obecného rovinného obrazce, odvozování vzorců, principy, které při odvozování používáme.

Definice Riemannova integrálu, vlastnosti, věta o Riemannovské integrovatelnosti funkce spojitě na uzavřeném intervalu (zmínka o stejnoměrné spojitosti), příklad funkce, která není Riemannovsky integrovatelná. Riemannův integrál s proměnnou horní mezí, věta o jeho spojitosti a o jeho derivaci. Newtonův integrál, vztah Riemannova a Newtonova integrálu, Newton-Leibnizova věta.

Metoda integrace per partes. Substituční metoda, dvě věty o substituci, v jedné potřebujeme inverzní funkci, ve druhé nikoliv. Z důkazu věty o substituci vysvětlení souvislosti s větou o derivaci složené funkce.

Rekurentní formule, její odvození a použití (na jedné z formulí dle výběru studenta $\int \sin^n x \, dx$, $\int \cos^n x \, dx$, $\int (x^2 + a)^{-n} \, dx$).

Integrace racionální funkce.

Geometrické aplikace integrálů: obsah a těžiště rovinného obrazce, délka křivky, objem a povrch rotačně symetrického tělesa.