

Úlohy z exponenciálních funkcí

Pro studenty FP TUL

Martina Šimůnková

1. března 2018

0. Do jednoho obrázku načrtněte grafy funkcí $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto x\sqrt{x}$, $x \mapsto \sqrt[3]{x}$, $x \mapsto \sqrt[3]{x^2}$.
1. Zjistěte, zda lze spojitě rozšířit funkce $x \mapsto \exp(1/x)$, $x \mapsto \exp(-1/x^2)$ na \mathbb{R} .
2. Napište definici vlastní limity funkce v nevlastním bodě a ukažte, že funkce $x \mapsto 3^x$ má vlastní limitu v bodě $-\infty$. Definici nemusíte psát pro obecný případ, stačí vhodný typ na zadaný příklad.
3. Napište definici jednostranné nevlastní limity funkce ve vlastním bodě a ukažte, že funkce $x \mapsto \log x$ má nevlastní limitu v bodě nula zprava. Definici nemusíte psát pro obecný případ, stačí vhodný typ na zadaný příklad.

4. Vypočtěte limitu funkce f v bodech $\pm\infty$.

$$f : x \mapsto 3^{\frac{x^3 + \sqrt{x^6 + x^2}}{x^3 - 2}}$$

5. Vypočtěte limitu funkce v bodech $\pm\infty$.

$$x \mapsto 2^{-\frac{x^3 + \sqrt{x^6 - 3x^4 + x^3}}{x}}$$

6. Určete definiční obor elementární funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit do krajních bodů definičního oboru

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{3x - 2 - x^2}}{\log(2 - x)}$$

7. Vypočtěte derivaci funkce f a určete definiční obor obou funkcí: f i f' . Lze funkce f a f' spojitě rozšířit na \mathbb{R} ?

$$f : x \mapsto \exp(-1/x^2)$$

8. Načrtněte tečnu ke grafu funkce f v jejím bodě $[-1, f(-1)]$ a napište její rovnici

$$f : x \mapsto \log \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$$

9. Načrtněte grafy funkcí *hyperbolický sinus* a *hyperbolický kosinus*

$$\sinh(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2} \quad \cosh(x) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}$$

10. Vyjádřete pomocí logaritmu funkce *hyperbolický arkus sinus* $\operatorname{arcsinh} = \sinh^{-1}$ a *hyperbolický arkus kosinus* $\operatorname{arccosh} = (\cosh|_{[0,+\infty)})^{-1}$.