

Písemná část zkoušky z předmětu AN2E
31. května 2019

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Určete definiční obor a obor hodnot funkce

$$f : x \mapsto \operatorname{arctg} \log(1 - x^2)$$

2. Zjistěte, ve kterých z bodů 0 , $+\infty$, $-\infty$ má funkce f limitu a případně určete její hodnotu.

$$f : x \mapsto \frac{x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^4 + 1}}{1 - \exp(-3x)}$$

3. Rozhodněte, pro která $x \in \mathbb{R}$ jsou následující řady konvergentní a pro která absolutně konvergentní

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^{3k}}{k^2} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k!x^k}{(2k)!}$$

4. Načrtněte graf funkce f a pro $x \in (-2, 1)$ vypočtěte Riemannův integrál s proměnnou horní mezí $F(x) = (\mathcal{R}) \int_{-2}^x f(t) dt$.

Vysvětlete, proč k výpočtu integrálu nepotřebujeme znát hodnotu $f(0)$. Vypočtěte derivaci funkce F na intervalu $(-2, 1)$ – je tato derivace definovaná ve všech bodech intervalu?

$$f(t) = \begin{cases} 1 - t & t \in (-2, 0) \\ 1 + t^2 & t \in (0, 1) \end{cases}$$

5. Načrtněte obrazec O , odhadněte a vypočtěte jeho obsah a vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací obrazce okolo osy x .

$$O = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 9], y \in [0, \sqrt{9 - x}]\}$$