Exp. a log. fce

⑤ Vypočtěte lim. fce f v bodech $\pm\infty$

$, \; x \mapsto x: 3^{\frac{x^3+\sqrt{x^6+x^2+5}}{x^3-2}}$

a) $\lim\limits_{x\to\infty} 3^{\frac{x^3+\sqrt{x^6+x^2+5}}{x^3-2}} = 3^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3+\sqrt{x^6+x^2+5}}{x^3-2}} = 3^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3+|x^3|\sqrt{1+\frac{1}{x^4}+\frac{5}{x^6}}}{x^3-2}} =$

$= 3^{\lim \frac{2x^3}{x^3-2}} = 3^2 = \underline{\underline{9}}$

Tyhle úpravy nejsou dobře. Třikrát sice vedou ke správnému výsledku, ale úplně dole ne.
Správný postup je vytknout x^3 a v závorce nechat odmocninu a použít větu o limitě součinu. Pak dole vyjde nula krát nekonečno -- a to je neurčitý výraz.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^3+|x^3|\sqrt{-||-}}{x^3-2} = \frac{x^3-x^3}{-||-} = \frac{0}{x^3-2} = 3^0 = \underline{\underline{1}}$

---

⑥ $x \mapsto 2^{\frac{-x^3+\sqrt{x^6-3x^4+x^3}}{x}}$

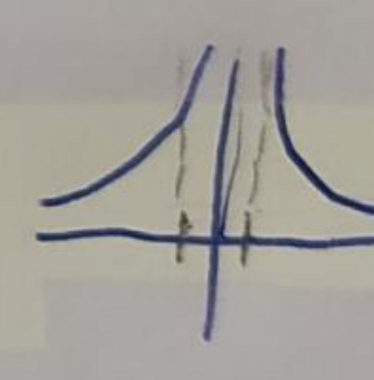
a) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^{\frac{-x^3+\sqrt{x^6-3x^4+x^3}}{x}} = 2^{\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-x^3+|x^3|\sqrt{1-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{x^3}}}{x}} = 2^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{-x^3-x^3}{x}} =$

$= 2^{\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-2x^3}{x}} = 2^{-\infty} = \underline{\underline{-\infty}}$ $\quad \left(\frac{-2x^3}{x} = -\infty\right)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-x^3+|x^3|\sqrt{1+3/x^2+1/x^3}}{x} = 2^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-x^3+x^3}{x}} = 2^0 = \underline{\underline{1}}$

---

⑦ $f(x) = \frac{1{,}01^x}{x^2}$; v 0, 1 a $-\infty$

$\frac{1}{x^2}$ 

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1{,}01^x}{x^2} = \lim\limits_{x\to} \left(1{,}01^x \cdot \frac{1}{x^2}\right) = 1^0 \cdot \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{+\infty}}$; ok

b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1{,}01^x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 1} \left(1{,}01^x \cdot \frac{1}{x^2}\right) = 1{,}01^1 \cdot \frac{1}{1^1} = \underline{\underline{1{,}01}}$ ok

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1{,}01^x}{x^2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(1{,}01^x \cdot \frac{1}{x^2}\right) = 0 \cdot (+\infty) = 0$?

Ano, 0 krát nekonečno je neurčitý výraz.
Tady ale vychází 0 krát 0.

$\lim\limits_{x\to-\infty} 1{,}01^x = 0$?

Ano