(4)

$f \to \frac{1}{2+\sin x-\cos x}$ $D(f)=R$

sub. $y = tg\frac{x}{2}$

$x = 2\,arctg\, y$ na $(-\pi,\pi)$

$dx = 2\frac{1}{y^2+1}$

$$\int \frac{1}{2+\sin x-\cos x}dx = \int \frac{1}{2+\frac{2y}{y^2+1}-\frac{1-y^2}{1+y^2}}\,2\frac{1}{y^2+1}dy = \int \frac{1}{\frac{2y^2+2+2y-1+y^2}{y^2+1}}\cdot\frac{2}{y^2+1}dy =$$

$$\int \frac{y^2+1}{3y^2+2y+1}\cdot\frac{2}{y^2+1}dy = \int\frac{2}{3y^2+2y+1}dy = \frac{2}{3}\int\frac{1}{y^2+\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}}dy = \frac{2}{3}\int\frac{1}{(y+\frac{1}{3})^2+\frac{1}{3}-\frac{1}{9}}dy =$$

$$= \frac{2}{3}\int\frac{1}{(y+\frac{1}{3})^2-\frac{2}{9}}dy = \frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{9}}}\,arctg\frac{y+\frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{3}{9}}} = \frac{2}{\sqrt{2}}\cdot arctg\frac{3y+1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,arctg\frac{3y+1}{\sqrt{2}}$$

substituce

$$\sqrt{2}\,arctg\frac{3\cdot tg\frac{x}{2}+1}{\sqrt{2}} \qquad \lim_{x\to\pi^-}\sqrt{2}\cdot \underbrace{arctg\frac{3\,tg\frac{x}{2}+1}{\sqrt{2}}}_{\to\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x\to\pi^+}F(x) = -\frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

Funkce má primitivní fci na celém R, na intervalu $(-\pi,\pi)$ je primitivní fce rovna $\sqrt{2}\,arctg\frac{3tg\frac{x}{2}+1}{\sqrt{2}}$, pro další intervaly ji získáme vhodným přičtením konstanty c na jednot. intervalech (periodách)

(5)

$$\frac{\sin x\cos^2 x}{\sin^2 x+\cos x+2} \quad \int\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}\cdot\cos^2 x}{1-\cos^2 x+\cos x+2} = \int\frac{\sqrt{1-y^2}\cdot y^2}{3-y^2+y}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\right)dy = \int\frac{-y^2}{-y^2+y+3}dy = \int\frac{y^2}{y^2-y-3}dy$$

sub. $y=\cos x$

$arccos(y) = x$

$\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}dy = dx$

$$y^2 : (y^2-y-3) = 1 + \frac{y+3}{y^2-y-3}$$
$$\frac{-(y^2-y-3)}{y+3}$$

$D(f) = R$

$3-\cos^2 x+\cos x \neq 0$

~~$\sin^2 x+\cos^2 x$~~

$\cos x = \frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

Dobrá úvaha, chybí dokončení. (Stačí odhadnout hodnoty těch dvou kořenů a ukázat, že jsou mimo interval [-1,1].)

Fce má primitivní fci na definičním oboru $D(f) = R - \frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

Která funkce? Před substitucí nebo po ní?

Primitivní fce $1+\frac{y+3}{y^2-y-3}$ je primitivní fci na celém $D(f)$ ~~má je definovaná na R, protože~~, protože sub. $y=\cos x$ je definovaná na celém R.

Tohle zdůvodnění je neúplné -- chybí úvaha o kořenech jmenovatele -- viz nahoře.