2.

$\frac{1}{k}$ $\quad \frac{1}{\sqrt[3]{k^7}}$ $\quad \frac{1}{k^2}$ $\quad \frac{1}{k^5}$ $\quad \frac{1}{\sqrt{k}}$ $\quad \frac{1}{\sqrt[4]{k^5}}$ $\quad$ pro $k \geq 2$

$k = 2$

$2 \quad 2^{7/3} \quad 2^2 \quad 2^5 \quad 2^{1/2} \quad 2^{5/4}$ $\qquad 2^{1/2} < 2 < 2^{5/4} < 2^2 < 2^{7/3} < 2^5$

$$\frac{1}{k^5} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{k^7}} \leq \frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{\sqrt[4]{k^5}} \leq \frac{1}{k} \leq \frac{1}{\sqrt{k}}$$

Co odtud plyne pro konvergenci řad?

1. Nutná podmínka konvergence

Pokud $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ je konvergentní (má konečný součet), pak platí $\lim_{k\to\infty} a_k = 0$

> opačně to ale neplatí

> limita - není nula → není konvergentní ok

→ součet neexistuje nebo není konečný

- nula → nic z toho neplyne ok

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+1}{\sqrt{k^3}+1}$ $\qquad \lim_{k\to\infty} \frac{k^2\left(\frac{1}{k^2}+1\right)}{\sqrt{k^3}\left(1+\frac{1}{\sqrt{k^3}}\right)} = \infty$ $\qquad$ rostoucí p.

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^3}+1}{k^2+1}$ $\qquad \lim_{k\to\infty} \frac{\cancel{k^2}\left(\frac{1}{\sqrt{k}}+\frac{1}{k^2}\right)}{\cancel{k^2}\left(1+\frac{1}{k^2}\right)} = \frac{\sqrt{0}+0}{1+0} = 0$ $\qquad$ rostoucí p.

Co odtud plyne?

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$ $\qquad \lim_{k\to\infty}$ neexistuje $\qquad$ nemá monotonii

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-3)^k}{2^{2k}}$ $\qquad \to \lim_{k\to\infty}$ neexistuje

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2}$ $\qquad \cancel{\lim_{k\to\infty} \frac{2^k}{k^2}} = \infty \quad \lim_{k\to\infty} \frac{2^k}{k^2} = \infty$ $\qquad$ rostoucí p.

> pokud sčítám kladné členy - částečný součet členů je rostoucí resp. posloupnost rostoucí

> pokud sčítám členy, u kterých se střídají znaménka → posloupnost $\boxed{\text{nemá limitu}}$ ani monotonii

není pravda, může mít limitu

podstatné: monotonní posloupnost má limitu (ta může a nemusí být konečná)