Na dalších stranách jsou pěkně zpracované úlohy z úvodní kapitoly o integrálech. Kladně hodnotím především přehlednost, stručnost a jasnost. Ke zpracování mám připomínky:

1. Používáte vzorec $\int \frac{1}{x^n}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$. Je chyba, že jsem ho nezařadila mezi základní vzorce. To se dá napravit – buď tím, že ho tam zařadíte a ověříte zderivováním nebo tím, že ho odvodíte ze vzorce pro integrál z x^n.

2. Nejsem moc spokojená s odpovědí na úlohu 11 – o vzorci pro integrál z $\frac{1}{x}$. Jsem si vědoma, že úkol nebyl zcela jasně formulován, chtěla jsem vědět, jak si poradíte s kritikou pojmu primitivní funkce na jiné množině než je interval.

3. Další připomínky jsme napsala do textu k úlohám 1, 7 a 9.

2) $x \longmapsto x^3 - \sqrt{x} \quad I = \langle 0, +\infty)$

$$\int x^3 - \sqrt{x}\, dx = \int x^3 - x^{\frac{1}{2}} dx = \int x^3 dx - \int x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$\left(\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad n \neq -1 \right)$$

$$= \frac{x^{3+1}}{3+1} - \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} =$$

$$\frac{x^4}{4} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{x^4}{4} - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} = \underline{\underline{\frac{x^4}{4} - \frac{2x\sqrt{x}}{3}}}$$

$$Z: \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} \right)' = \frac{\cancel{4}x^3}{\cancel{4}} - \frac{\left(2\sqrt{x} + 2x\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right)\cancel{3}}{\cancel{9}3} =$$

$$x^3 - \frac{2\sqrt{x} + x \cdot x^{-\frac{1}{2}}}{\cancel{3}} = x^3 - \frac{\cancel{3}\sqrt{x}}{\cancel{3}} = \underline{\underline{x^3 - \sqrt{x}}}$$

3) $x \longmapsto \frac{\sqrt{x} + 2x^2}{x^3} \quad I = (0, +\infty)$

$$\int \frac{x^{\frac{1}{2}} + 2x^2}{x^3} dx = \int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^3} + \frac{2\cancel{x^2}}{x^{\cancel{3}}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{5}{2}}} + \frac{2}{x} dx$$

$$\left(\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1) \cdot x^{n-1}} \quad n \neq 1 \right)$$

$$= \int \frac{1}{x^{\frac{5}{2}}} dx + \int \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{(\frac{5}{2}-1)x^{\frac{5}{2}-1}} + \int \frac{2}{x} dx$$

$$= -\frac{1}{\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}} + \int \frac{2}{x} dx = -\frac{2}{3\sqrt{x^3}} + \int \frac{2}{x} dx =$$

$$\underline{\underline{-\frac{2}{3x\sqrt{x}} + 2\ln(|x|)}}$$

$$\left(\int \frac{a}{x} dx = a \cdot \ln(|x|) \right)$$

$$Z: \left(-\frac{2}{3x\sqrt{x}} + 2\ln(|x|) \right)' = \frac{0 - (-2)\left(3 \cdot \sqrt{x} + 3x \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right)}{9x^3} + 2\frac{1}{x} =$$

$$\frac{2\left(3\sqrt{x} + \frac{3}{2}x \cdot x^{-\frac{1}{2}}\right)}{9x^3} + \frac{2}{x} = \frac{2\left(3\sqrt{x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}\right)}{9x^3} + \frac{2}{x} =$$

$$\frac{\cancel{2}\left(\frac{9}{\cancel{2}}\sqrt{x}\right)}{9x^3} + \frac{2}{x} = \frac{\cancel{9}\sqrt{x}}{\cancel{9}x^3} + \frac{2}{x} = \frac{\sqrt{x} + 2x^2}{x^3}$$

4) $x \longmapsto 3\cos(x) - 2\sin(x)$, $I = \mathbb{R}$

$$\int 3\cos(x) - 2\sin(x)\, dx = \int 3\cos(x)\, dx - \int 2\sin(x)\, dx =$$

$$\left(\int \cos(x)\, dx = \sin(x)\right)$$

$$\left(\int \sin(x)\, dx = -\cos(x)\right)$$

$$= 3\sin(x) - \int 2\sin(x)\, dx = \underline{\underline{3\sin(x) + 2\cos(x)}}$$

$$z: \left(3\sin(x) + 2\cos(x)\right)' = 3\cdot\cos(x) - 2\sin(x)$$

5) $x \longmapsto 2 - 3\exp(x)$, $I = \mathbb{R}$

$$\int 2 - e^x\, dx = \int 2\, dx - \int e^x\, dx =$$

$$\left(\int a\, dx = ax\right) \quad \left(\int \exp(x)\, dx = \exp(x)\right)$$

$$= \underline{\underline{2x - e^x}}$$

$$z: \left(2x - e^x\right)' = \underline{\underline{2 - e^x}}$$

6) $x \longmapsto (1 + \sqrt{x})^3$, $I = (0, +\infty)$

$$\int (1 + \sqrt{x})^3\, dx = \int 1 + 3\sqrt{x} + 3x + x\sqrt{x}\, dx =$$

$$\int 1 + 3x^{\frac{1}{2}} + 3x + x \cdot x^{\frac{1}{2}}\, dx = \int 1 + 3x^{\frac{1}{2}} + 3x + x^{\frac{3}{2}}\, dx$$

$$= \int 1\, dx + \int 3x^{\frac{1}{2}}\, dx + \int 3x\, dx + \int x^{\frac{3}{2}}\, dx =$$

$$= x + 3\,\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + 3\,\frac{x^{1+1}}{1+1} + \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} =$$

$$= x + \cancel{3}\cdot\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{\cancel{3}}{2}} + 3\,\frac{x^2}{2} + \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} =$$

$$= \underline{\underline{x + 2x\sqrt{x} + \frac{3x^2}{2} + \frac{2x^2\sqrt{x}}{5}}}$$

$$2:\ \left(x+2x\sqrt{x}+\frac{3x^2}{2}+\frac{2x^2\sqrt{x}}{5}\right)' = 1+2\sqrt{x}+2x\tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+\frac{6x\cdot 2-0}{4}+$$

$$+\frac{\left(4x\cdot\sqrt{x}+2x^2\cdot\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\right)5}{25} = 1+2\sqrt{x}+\frac{x}{\sqrt{x}}+3x+\frac{\left(4x\sqrt{x}+x^2\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\cancel{5}}{\cancel{25}_{5}}$$

$$=1+2\sqrt{x}+\frac{x}{\sqrt{x}}+3x+\frac{4x\sqrt{x}+x^2\frac{1}{\sqrt{x}}}{5}$$

$$=\frac{5\sqrt{x}+10x+5x+15x\sqrt{x}+4x^2+x^2}{5\sqrt{x}} = \frac{\cancel{5}\sqrt{x}+\cancel{15}^{3}x+\cancel{15}^{3}x\sqrt{x}+\cancel{5}x^2}{\cancel{5}\sqrt{x}}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+3x+3x\sqrt{x}+x^2}{\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x+3x\sqrt{x}+3x^2+x^2\sqrt{x}}{x}=$$

$$=\frac{\cancel{x}\left(1+3\sqrt{x}+3x+x\sqrt{x}\right)}{\cancel{x}} = 1+3\sqrt{x}+3x+x\sqrt{x}=\underline{\left(1+\sqrt{x}\right)^3}$$

1)

- $\left(\frac{1}{n+1}\cdot x^{n+1}\right)' = \left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right)' = \frac{\cancel{(n+1)}x^{n}\cancel{(n+1)}}{\cancel{(n+1)^2}} = \underline{x^n}$
- $\left(\log|x|\right)' = \frac{1}{x}$

Jak derivujete absolutní hodnotu?

- $\left(-\cos(x)\right)' = -(-\sin(x)) = \sin(x)$
- $\left(\sin(x)\right)' = \cos(x)$
- $\left(\operatorname{arctg}(x)\right) = \frac{1}{1+x^2}$
- $\left(\frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right)}{a}\right)' = \frac{\frac{1}{1+\left(\frac{x}{a}\right)^2}\cdot a}{a^2}\cdot\frac{a}{a^2} = \frac{\frac{a}{\frac{a^2+x^2}{a^2}}}{a^2}\cdot\frac{1}{a} =$

$$=\frac{\frac{a^3}{a^2+x^2}}{a^2}\cdot\frac{1}{a} = \frac{a^3}{a^4+a^2x^2}\cdot\frac{1}{a} = \frac{\cancel{a^2}(\cancel{a})}{\cancel{a^2}(a^2+x^2)}\cdot\frac{1}{\cancel{a}} =$$

$$=\underline{\frac{1}{a^2+x^2}}$$

- $\left(\exp(x)\right)' = \exp(x)$

Tady někteří studenti odvozovali vzorce pro derivace -- to sice není špatně, ale nebylo to v zadání, byla to práce navíc.

Chci, abyste uměli odvodit vzorce pro derivace, ale pokud není výslovně požadováno je odvodit, tak ty vzorce jen použijte.

7) Nekonečně mnoho, protože ~~...~~ platí:

$$F(x) = F_1(x) + C \qquad C \in \mathbb{R}$$

Tady by bylo dobré napsat, co je F a co je F_1.

8) ~~Nemá~~ Má, ale nelze ji vyjádřit elementárními funkcemi v konečném tvaru

9) Funkce nemá primitivní funkci, jelikož není spojitá

Přesněji: má nespojitost typu skok.

10) Funkce má primitivní funkci, jelikož je na $\mathbb{R}$ spojitá

11) Pokud k ~~jakékoli~~ primitivní funkci přičteme jakékoli číslo, tak základní funkce bude stále stejná

Tady jsem měla na mysli něco jiného, viz úvodní strana.

12) Integrování je operace, která zobrazuje lineární kombinaci na lineární ~~ob~~ kombinaci obrazů. Takové zobrazení nazýváme lin. zobrazení $\Rightarrow$ v tomto smyslu je integrování lineární