

Úlohy do neděle 10. května pro studenty FP TUL

POZNÁMKA: očekávám od každého z vás čtyři příklady a zároveň bych byla ráda, abych od každého příkladu dostala alespoň jedno řešení. Hvězdičkou jsem označila ty úlohy, které jsme méně podrobně vysvětlili. Zamyslete se tedy nad úlohami s hvězdičkou, a pokud si s nimi nebudete vědět rady, tak spočítejte nehvězdičkové. Můžete samozřejmě i spočítat nějaký hvězdičkový a nehvězdičkový.

Příští týden probereme všechny úlohy.

1. Načrtněte graf funkce f a prostředky elementární geometrie vypočtete integrál s proměnnou horní mezí $R(t) = (R) \int_0^t f(x) dx$. Načrtněte na intervalu $(0, 2)$ graf funkce R a zderivujte tuto funkci.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x \in (0, 1) \\ -1 + 3x & x \in (1, 2) \end{cases}$$

2. Vypočtete určité newtonovy integrály

$$(N) \int_0^1 \sqrt{x} \log(x) dx, \quad (N) \int_0^{\pi/4} \operatorname{arctg}(x) dx,$$
$$(N) \int_0^1 x^2 \exp(-2x) dx, \quad (N) \int_0^{\pi} x^3 \sin(x) dx$$

Nechte WolframAlpha nakreslit grafy příslušných funkcí, z grafů odhadněte hodnoty integrálů a porovnejte odhady s vypočtenými hodnotami.

- 3* Vypočtete určité newtonovy integrály

$$(N) \int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \cos(x)} dx, \quad (N) \int_0^{5\pi} \frac{1}{2 + \cos(x)} dx$$
$$(N) \int_{-1}^2 |x| dx, \quad (N) \int_{-\pi}^{\pi} |\sin(x)| dx$$

Nechte WolframAlpha nakreslit grafy příslušných funkcí, z grafů odhadněte hodnoty integrálů a porovnejte odhady s vypočtenými hodnotami.

4. Zvolte periodický desetinný rozvoj a převed'te ho na zlomek dvěma způsoby – za prvé vynásobením čísla vhodnou mocninnou deseti, sestavením rovnice a vyřešením, za druhé sečtením nekonečné geometrické řady.
- 5* Převed'te binární (dvojkový) rozvoj čísla $0.\overline{101}$ dvěma způsoby na zlomek.
- 6* Nalezněte dvojkový rozvoj jedné desetiny.
7. Pro každou z následujících řad napište její pátý částečný součet a určete zda je posloupnost jejích částečných součtů monotonní a případně určete druh monotonie. Co víte o limitě monotonní posloupnosti? Co víte o součtu řady s kladnými členy?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + k + 1}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^{10}}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-k)^3}{2^k}$$