

Úlohy do neděle 17. května  
pro studenty FP TUL

1. Napište Taylorův polynom stupně osm v bodě nula funkcí sinus, kosinus a exponenciální funkce. Napište Taylorův polynom stupně šest v bodě jedna funkce logaritmus.
2. Řešte nerovnice v oboru přirozených čísel

$$\begin{aligned}0.85^n &< 10^{-8} \\ 1.01^n &> 10^{20}\end{aligned}$$

3. Řešte v oboru přirozených čísel nerovnice s neznámou  $n$  a parametry  $\varepsilon > 0$ ,  $q_1 \in (0, 1)$ ,  $q_2 > 1$ ,  $a$ .

$$\begin{aligned}q_1^n &< \varepsilon \\ q_2^n &> a\end{aligned}$$

4. Uvažujme posloupnost kladných čísel  $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$  takovou, že pro  $n \in \mathbb{N}$  platí  $a_{n+1}/a_n < q$ . Ukažte, že pro  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$  platí  $a_n < a_1 q^{n-1}$ .
5. Při odvození limitního podílového kritéria potřebujeme předchozí příklad v následující verzi: Pro posloupnost kladných čísel  $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$  platí  $a_{n+1}/a_n < q$  pro  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq n_0$ . Ukažte, že pro  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > n_0$  platí  $a_n < a_{n_0} q^{n-n_0}$ .