

Úlohy do neděle 24. května
pro studenty FP TUL

1. (a) Zformulujte nutnou podmínku konvergence a napište, co z ní plyne pro následující řady.
- (b) Zformulujte tvrzení o existenci limity monotonní posloupnosti a napište co z ní plyne pro následující řady.

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^2 + 1}{\sqrt{k^3 + 1}} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{k^3 + 1}}{k^2 + 1} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-3)^k}{2^{2k}} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k^2}$$

2. Srovnajte podle velikosti hodnoty výrazů pro $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$.

$$\frac{1}{k} \quad \frac{1}{\sqrt[3]{k^7}} \quad \frac{1}{k^2} \quad \frac{1}{k^5} \quad \frac{1}{\sqrt{k}} \quad \frac{1}{\sqrt[4]{k^5}}$$

Napište co odtud plyne pro konvergenci řad

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{k^7}} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^5} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{k^5}}$$

3. Pro jednu z řad v minulé úloze nelze rozhodnout o její konvergenci srovnáním s některou s řad $\sum 1/k = +\infty$, $\sum 1/k^2 < +\infty$. Použijte v jejím případě integrální kritérium, načrtněte příslušné grafy a vyšra-fujte plochy, ze kterých konvergence/divergence plyne.
4. Zjistěte, které z následujících řad jsou absolutně konvergentní a co od-tud plyne pro konvergenci těchto řad.

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k - 2\sqrt{k}}{k^4 + \sqrt{k^5}} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^k}{k^{10}} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k^2+k}}{3^k}$$