

Písemná část zkoušky z předmětu AN2
11. června 2020

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, v tom případě ale přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

1. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f : x \mapsto \arcsin(x^2 - 2x + 1)$$

- *1. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f : x \mapsto \arcsin(x^4 - 2x^2 + 1)$$

2. Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit (do krajních bodů definičního oboru) a případně jakou hodnotou.

$$f : x \mapsto \exp\left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)$$

- *2. Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit (do krajních bodů definičního oboru) a případně jakou hodnotou.

$$f : x \mapsto (x+1) \exp\left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)$$

3. Pro funkci f a pro $x \in (0, 4]$ vypočtěte prostředky elementární geometrie integrál $R(x) = \int_0^x f(t) dt$ s proměnnou horní mezí. Výpočet zkontrolujte derivací funkce R .

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x \in (0, 1] \\ 4 - 2x & x \in (1, 4] \end{cases}$$

4. Vypočtěte obsah obrazce shora omezeného grafem funkce f a zdola osou x .

$$f : x \mapsto (3x - x^2) \exp(x)$$

- *4. Vypočtěte objem tělesa vzniklého rotací obrazce z příkladu 4 okolo osy x .
5. Určete, co plyne z nutné podmínky konvergence a z věty o existenci limity monotonní posloupnosti pro následující řady (respektive pro jejich součty).

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k} + 2}{k + 2} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k + 2}{\sqrt{k} + 2} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k - \sqrt{k^2 - 2k + 2}}{k^3 + \sqrt{k}}$$

- *5. Určete, co plyne z nutné podmínky konvergence a z věty o existenci limity monotonní posloupnosti pro následující řadu (respektive pro její součet)

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k^2 + 1} - k)$$

a zjistěte, zda je absolutně konvergentní.