$f(x) = \exp(\operatorname{tg}(x))$

$x_0 = \frac{-\pi}{4}$

$$T_1(x) = \frac{1}{e} + \frac{2}{e}\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = T_2(x)$$

kdyby $f'''(-\frac{\pi}{4}) \neq 0$, tak ze spojitosti f''' plyne, že má f''' v okolí $\frac{-\pi}{4}$ stejné znaménko, a tedy $R_2(x) = \frac{1}{6} f'''(c)\left(x+\frac{\pi}{4}\right)^3$ má opačná znaménka v pravém a levém okolí.

Z grafu vidíme, že to tak není, proto „usoudíme", že $f'''(-\frac{\pi}{4})=0$ (ověřili jsme výpočtem).

$$\lim_{y \to -\infty} \exp(y)\, P_n(y)$$, kde P je polynom stupně ~~alespoň~~ 1
$n \geq 1$

„$0 \cdot \infty$"

$$\boxed{\frac{P_n(y)}{\exp(-y)} \overset{L'H}{=} \frac{P_n'(y)}{\cancel{\exp} - \exp(-y)} \text{ je stejné } \frac{P_{n-1}(y)}{\exp(-y)}}$$

pro $n=0$ je $$\lim_{y \to -\infty} \frac{P_0(y)}{\exp(-y)} = 0$$

pro $n > 0$ -- matematická indukce   indukční krok

$$\lim_{y \to -\infty} \cancel{\frac{P_n(y)}{\quad}}\, P_n(y) \exp(y) = 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x} \quad \text{pro } x \in (-1,1)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{2^k} = \frac{1}{1-\frac{x}{2}} \quad \text{pro } x \in (-2,2)$$

???

Je možné, aby $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ s kladnými a_k

$(\forall k \in \mathbb{N})(a_k > 0)$

„rostlo pomaleji" než exponenciální funkce ???

pro $x \in (0, +\infty)$

„rostl pomaleji" než libovolný polynom ~~do~~ pro $x \to +\infty$

Dokažte:

$$\lim_{x \to 0} \left(\exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)\right)^{(n)}$$

ukáže se, že $\left(\exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)\right)^{(n)} = \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right) \cdot P_{m(n)}\left(\frac{1}{x}\right)$

$$y = \frac{1}{x}$$

$x \to 0^+ \quad y \to +\infty$

$x \to 0^- \quad y \to -\infty$

$g(x) = f(x+1) - f(x)$ .. diference

Je-li $f = P_n$, pak $g(x) = P_n(x+1) - P_n(x)$

$a_n(x+1)^n - a_n x^n$ .. stupeň nižší než n

Druhé diference:

$$h(x) = g(x+1) - g(x) = \big(f(x+2) - f(x+1)\big) - \big(f(x+1) - f(x)\big) =$$

$$= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)$$

Třetí diference

$$h(x+1) - h(x) = \dots\dots = f(x+3) - 3f(x+2) + 3f(x+1) - f(x)$$

Postoji-li limes funkcije

$\underbrace{\lim_{x \to +\infty} f(x)}_{}$ $= L$ | onda postoji i limes podniza

$$\lim_{n \to +\infty} f(n)$$

a [illegible]

Dokaz:

$\cancel{(\forall a \in \mathbb{R})(\exists x}$

$$(\forall \mathcal{U}(L))(\exists a \in \mathbb{R})\underline{(\forall x \in \mathbb{R})}(x \in (a, +\infty) \Rightarrow f(x) \in \mathcal{U}(L))$$

$$(\forall \mathcal{U}(L))(\exists k \in \mathbb{R})\underline{(\forall n \in \mathbb{N})}(n > k \Rightarrow f(n) \in \mathcal{U}(L))$$

$$f(x) = \boxed{f\left(x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x}\right)} = \boxed{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \frac{1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

$$\boxed{f\left(x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x - \frac{1}{x}}\right)} = \boxed{}$$

$$\boxed{f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$x \to x - \frac{1}{x}$$

$$\exp(nx) = \left(\exp(x)\right)^n$$

nápověda: <u>reciproká</u> rovnice