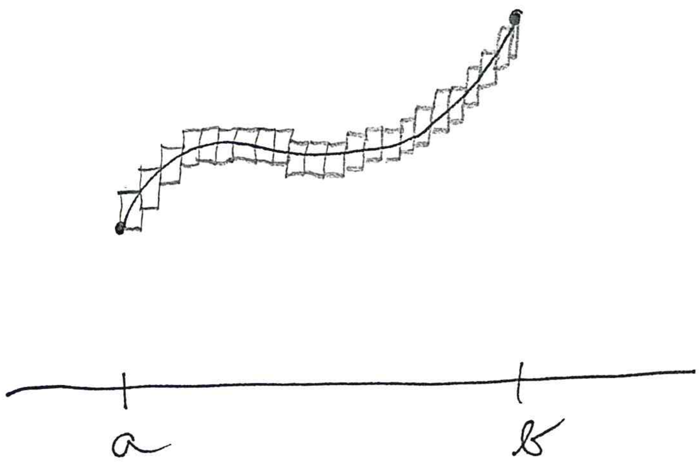

Kolik je součet obsahů všech obdélníčků?

Obdélníčky mají společnou (tj. stejnou) výšku $\tilde{\varepsilon} = \dfrac{\varepsilon}{b-a}$.

K tomuto $\tilde{\varepsilon} > 0$ existuje $\delta > 0$ z definice stejnoměrné spojitosti. (Použijeme větu, která říká, že funkce spojitá na uzavřeném intervalu I je na I stejnoměrně spojitá.)

Šířka obdélníčků je δ (navíc kromě toho úplně vpravo – ten má šířku tolik, kolik zbyde).

Definice:

Pro $x = x_0$ definujeme $(R)\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx = (R)\int_{x_0}^{x_0} f(x)\,dx = 0$

Pro $x < x_0$ definujeme $(R)\int_{x_0}^{x} f(x)\,dx = -(R)\int_{x}^{x_0} f(x)\,dx$

Pro funkci f spojitou na (a,b) ~~definujeme, a~~ a $x_0 \in (a,b)$ definujeme:

$$R(x) = (R)\int_{x_0}^{x} f(t)\,dt$$

Věta:

Funkce F má derivaci na (a,b) a tam je rovna $F'(x) = f(x)$.

Důsledek:

Je-li f spojitá na (a,b), pak k f existuje na (a,b) primitivní funkce.

Důkaz věty:

rozdělíme na 6 případů – budeme dokazovat $F'_+(x) = f(x)$, $F'_-(x) = f(x)$ pro $x \in (a, x_0)$, $x = x_0$, $x \in (x_0, b)$.

My si zde vybereme případ $F'_+(x) = f(x)$ pro $x \in (a, x_0)$.

Ostatní případy jsou jako úloha na doma.