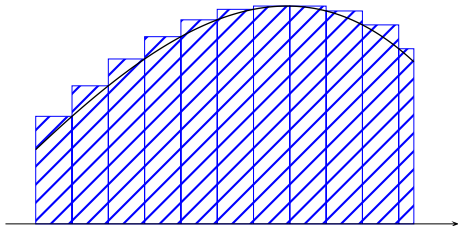


**Horní** součet funkce  $f$  pro dělení  $D$ :

$$S(f, D) = \sum_{i=0}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) M_i$$

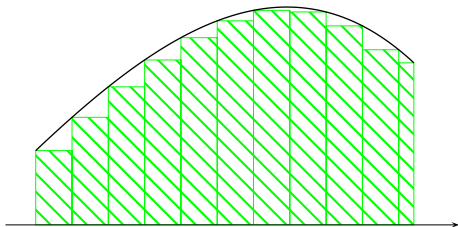
$$M_i = \sup\{f(x) : x \in [x_i, x_{i+1}]\}$$



**Dolní** součet funkce  $f$  pro dělení  $D$ :

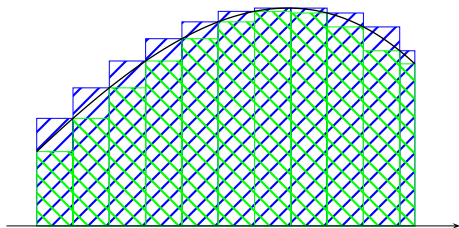
$$S(f, D) = \sum_{i=0}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) m_i$$

$$m_i = \inf\{f(x) : x \in [x_i, x_{i+1}]\}$$



Vztah mezi horním a dolním součtem:

$$s(f, D) \leq S(f, D)$$

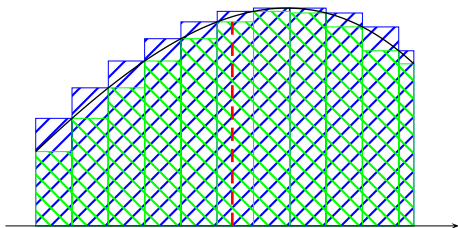


Vztah mezi horním a dolním součtem:

$$s(f, D) \leq S(f, D)$$

Plyne z:

$m_i$  je dolní hranice funkčních hodnot,

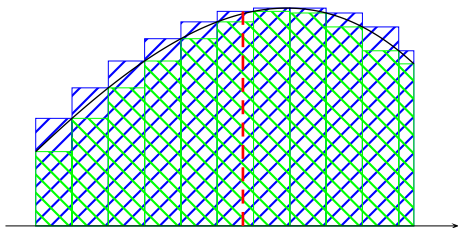


Vztah mezi horním a dolním součtem:

$$s(f, D) \leq S(f, D)$$

Plyne z:

$m_i$  je dolní hranice funkčních hodnot,  $M_i$  je horní hranice.

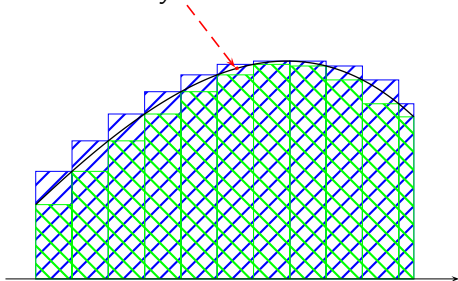


Vztah mezi horním a dolním součtem:

$$s(f, D) \leq S(f, D)$$

Plyne z:

$m_i$  je dolní hranice funkčních hodnot,  $M_i$  je horní hranice. Množina funkčních hodnot je neprázdná, obsahuje tedy alespoň jeden prvek, označme ho  $y$ .

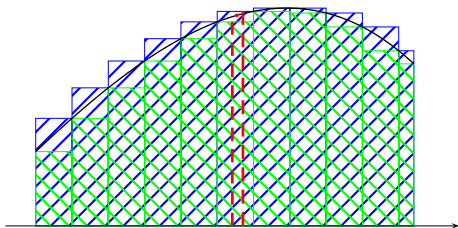


Vztah mezi horním a dolním součtem:

$$s(f, D) \leq S(f, D)$$

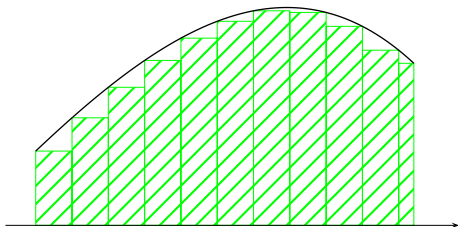
Plyne z:

$m_i$  je dolní hranice funkčních hodnot,  $M_i$  je horní hranice. Množina funkčních hodnot je neprázdná, obsahuje tedy alespoň jeden prvek, označme ho  $y$ . Pak je  $m_i \leq y \leq M_i$  a odtud plyne  $m_i \leq M_i$ .



Cílem následujících obrázků je demonstrovat nerovnost  $s(f, D_1) \leq S(f, D_2)$  pro libovolná dvě dělení  $D_1, D_2$  intervalu  $[a, b]$ . Odtud pak v další prezentaci odvodíme nerovnost mezi dolním a horním Riemannovým integrálem.

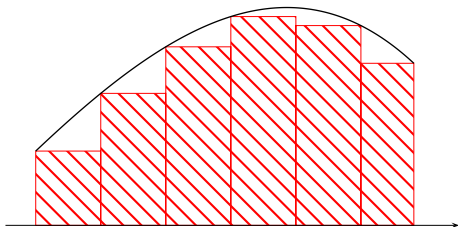
$s(f, D_1)$





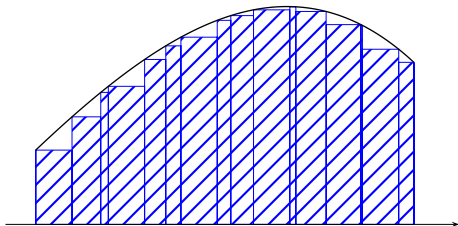
Cílem následujících obrázků je demonstrovat nerovnost  $s(f, D_1) \leq S(f, D_2)$  pro libovolná dvě dělení  $D_1, D_2$  intervalu  $[a, b]$ . Odtud pak v další prezentaci odvodíme nerovnost mezi dolním a horním Riemannovým integrálem.

$s(f, D_2)$



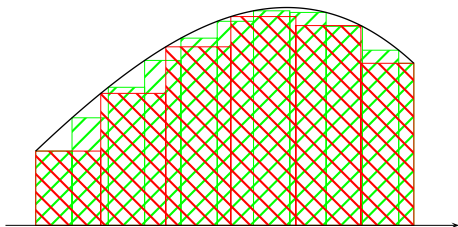
Cílem následujících obrázků je demonstrovat nerovnost  $s(f, D_1) \leq S(f, D_2)$  pro libovolná dvě dělení  $D_1, D_2$  intervalu  $[a, b]$ . Odtud pak v další prezentaci odvodíme nerovnost mezi dolním a horním Riemannovým integrálem.

Dolní součet pro dělení  $D = D_1 \cup D_2$

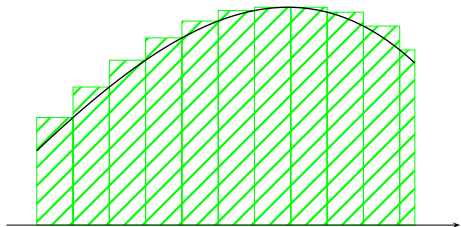


Cílem následujících obrázků je demonstrovat nerovnost  $s(f, D_1) \leq S(f, D_2)$  pro libovolná dvě dělení  $D_1, D_2$  intervalu  $[a, b]$ . Odtud pak v další prezentaci odvodíme nerovnost mezi dolním a horním Riemannovým integrálem.

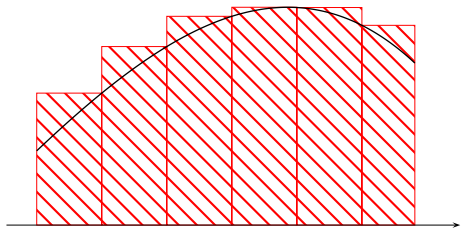
$$s(f, D) \geq s(f, D_1), s(f, D) \geq s(f, D_2)$$



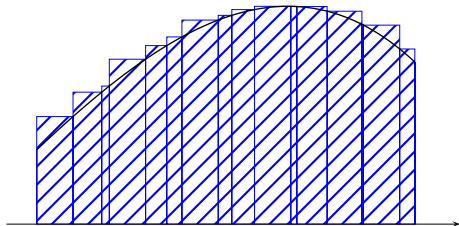
$S(f, D_1)$



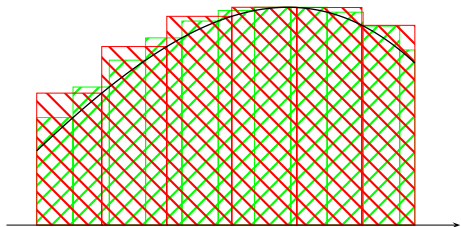
$S(f, D_2)$



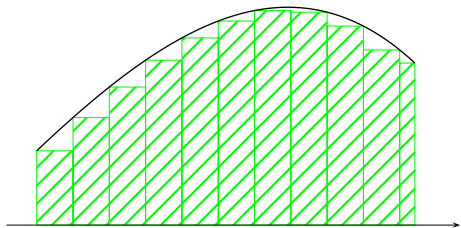
Horní součet pro dělení  $D = D_1 \cup D_2$



$$S(f, D) \leq S(f, D_1), S(f, D) \leq S(f, D_2)$$

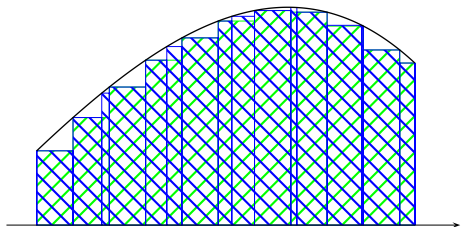


$s(f, D_1)$

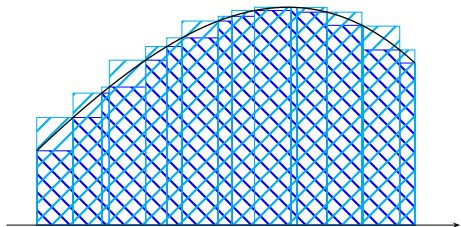




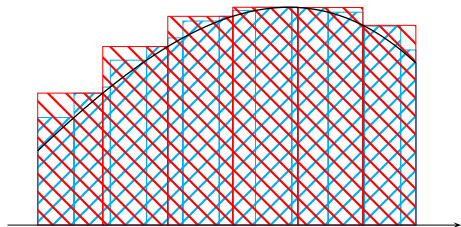
$$s(f, D_1) \leq s(f, D_1 \cup D_2)$$



$$s(f, D_1) \leq s(f, D_1 \cup D_2) \leq S(f, D_1 \cup D_2)$$



$$s(f, D_1) \leq s(f, D_1 \cup D_2) \leq S(f, D_1 \cup D_2) \leq S(f, D_2)$$



$$s(f, D_1) \leq s(f, D_1 \cup D_2) \leq S(f, D_1 \cup D_2) \leq S(f, D_2)$$

