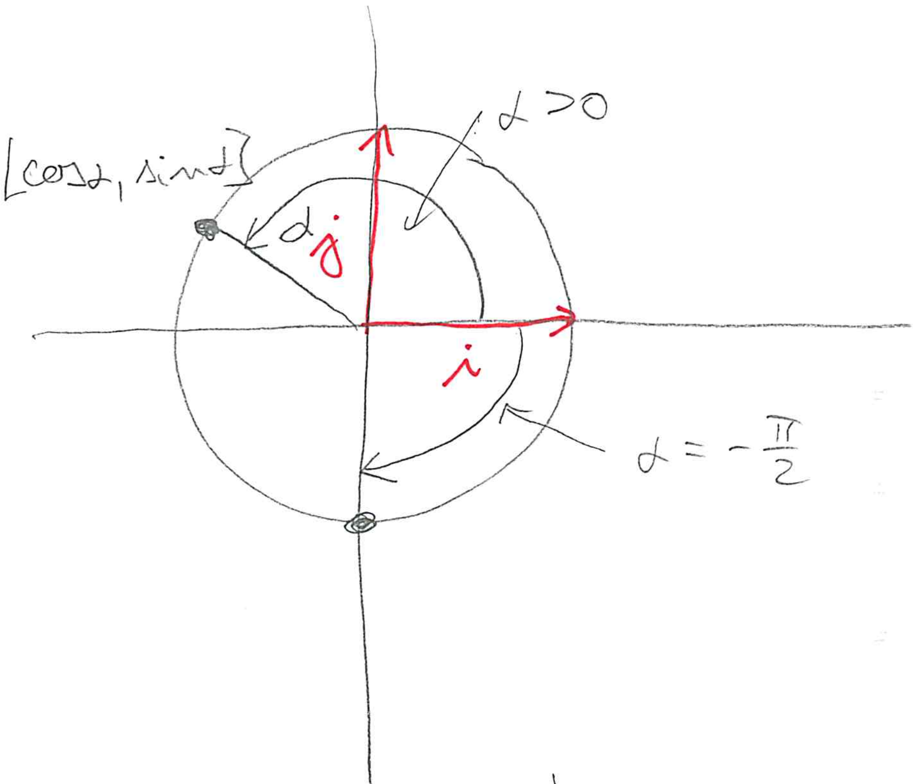
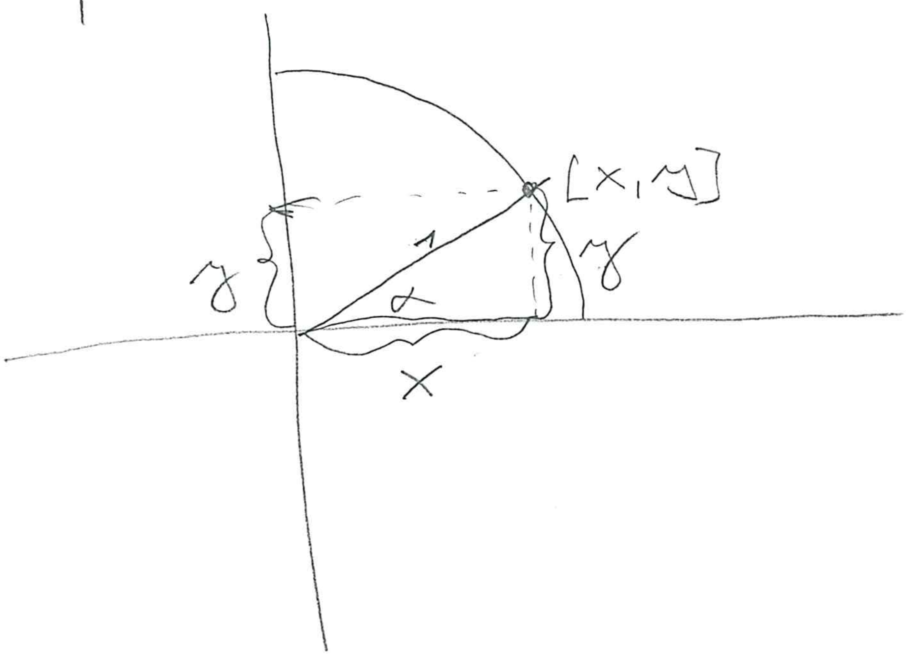
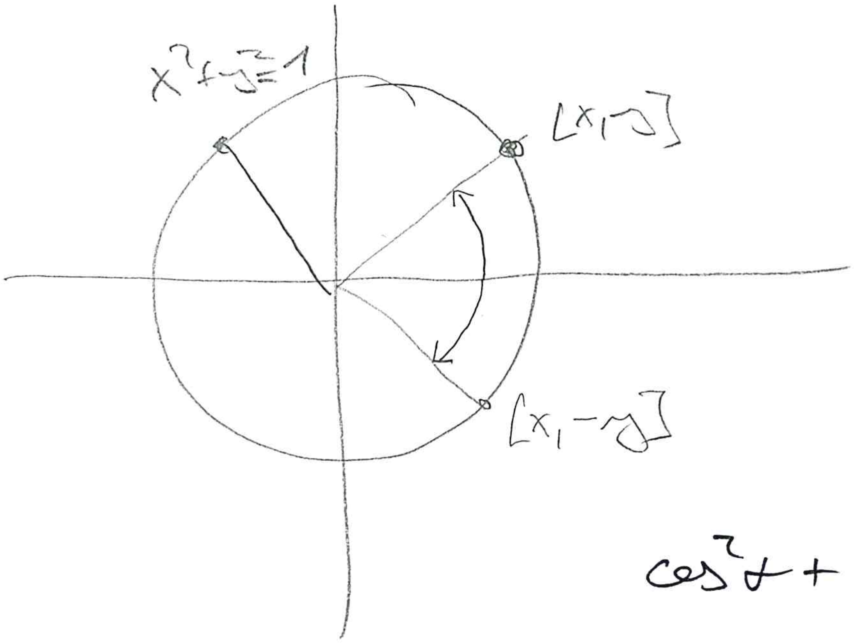
① Definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici (v 1. kvadrantu totožná s trigonometrickou definicí)



$\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$



(1a) Vlastnosti goniometrických funkcí odvozené z definice na jednotkové kružnici



$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$$
$$-\sin(\alpha) = \sin(-\alpha)$$

Další snadno viditelná vlastnost:

sinus a kosinus jsou periodické funkce

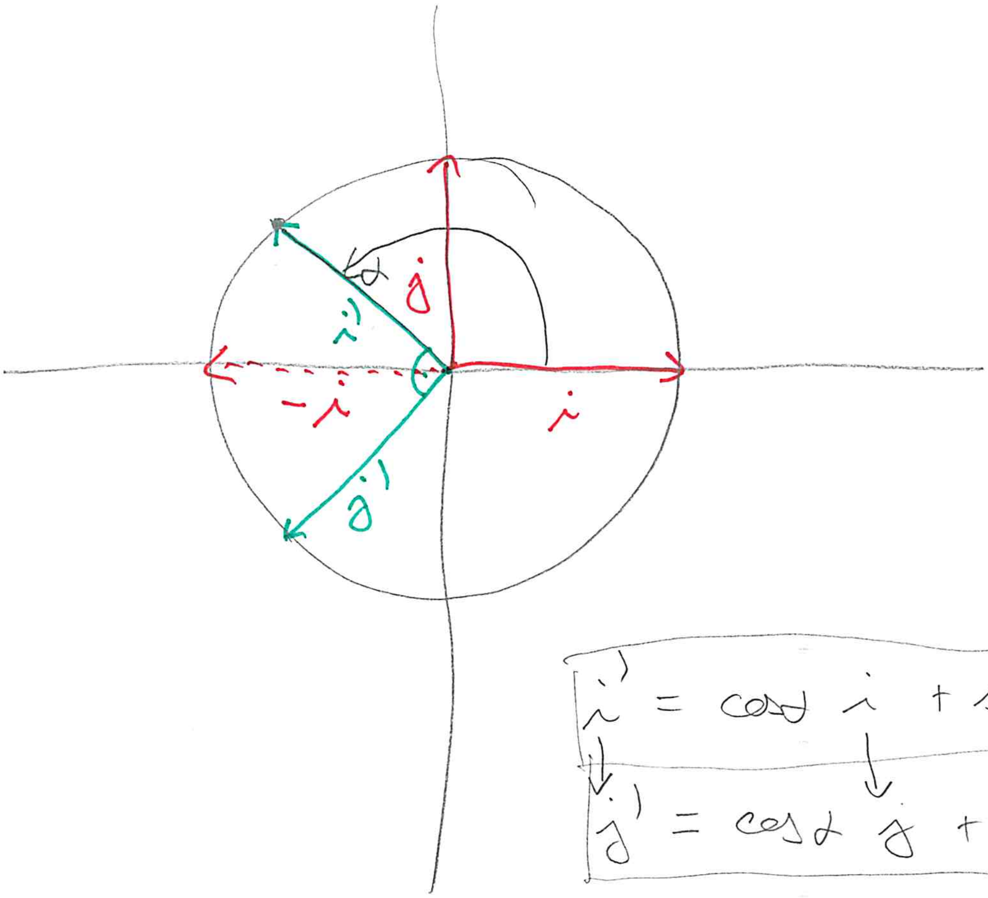
$$\sin(\alpha+2\pi) = \sin(\alpha)$$
$$\cos(\alpha+2\pi) = \cos(\alpha)$$

a po polovině periody platí

$$\left.\begin{aligned}\sin(\alpha+\pi) &= -\sin(\alpha)\\ \cos(\alpha+\pi) &= -\cos(\alpha)\end{aligned}\right\}$$ dva středově symetrické body

NENÍ NA VIDEU

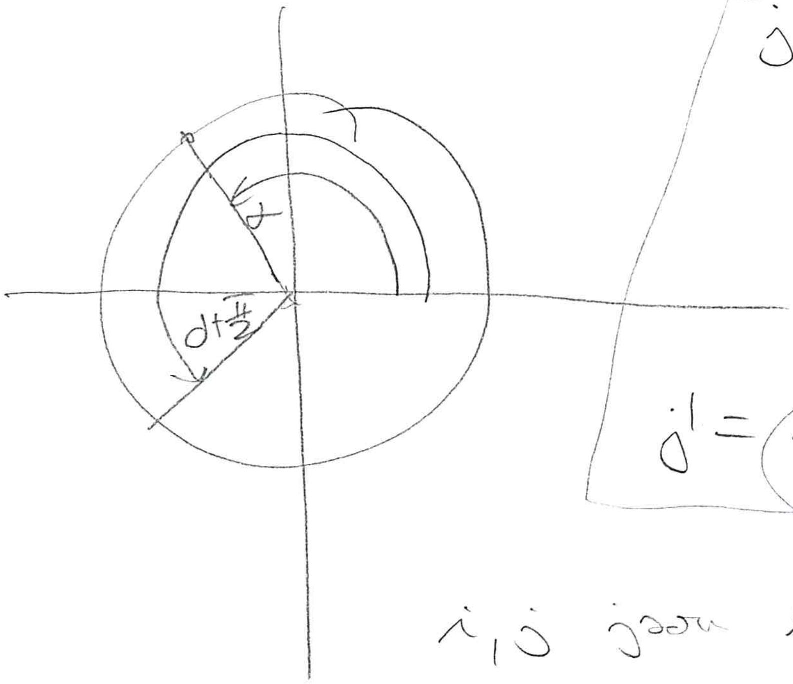
② Bazové vektory v otočené soustavě souřadnic



$$i' = \cos\alpha \; i + \sin\alpha \; j$$

$$j' = \cos\alpha \; j + \sin\alpha \; (-i)$$

$$j' = \cos\alpha \; j - \sin\alpha \; i$$

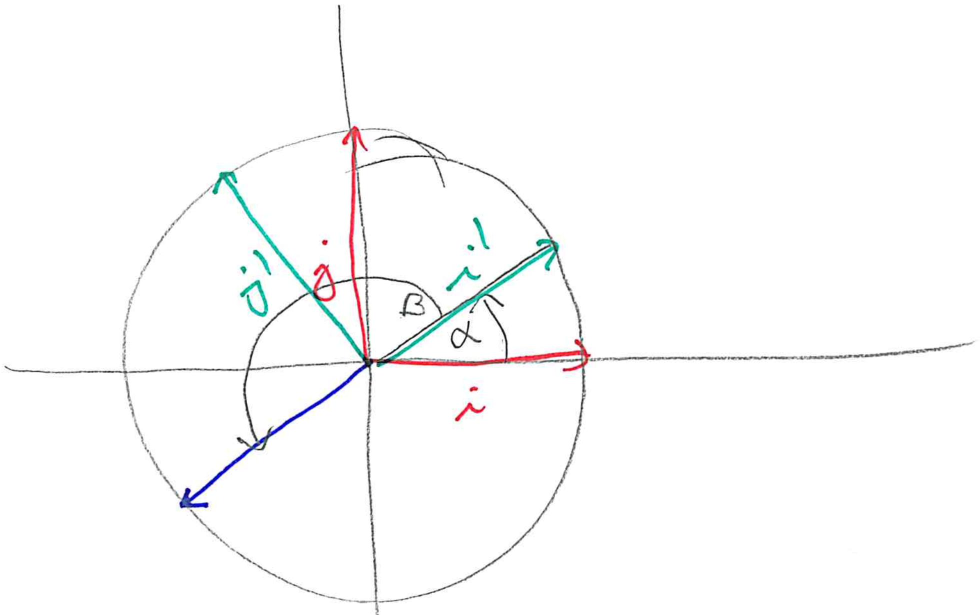


$$j' = \cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) i + \sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) j$$

i, j jsou lineárně nezávislé

$$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha$$
$$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$$

③ Bod na jednotkové kružnici a převod mezi dvěma soustavami souřadnými.



$$\cos(\alpha+\beta)\, i + \sin(\alpha+\beta)\, j$$

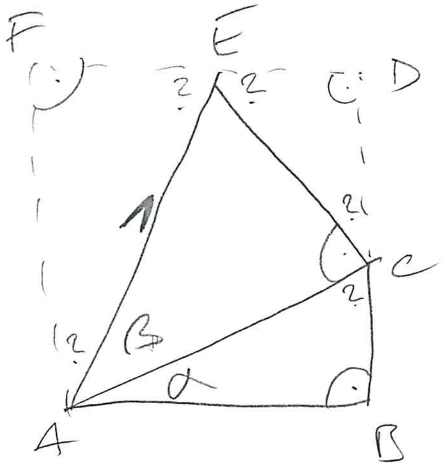
$$\cos(\beta)\, i' + \sin(\beta)\, j'$$

$$\cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\, i + \sin(\alpha)\, j\right) + \sin(\beta)\left(\cos(\alpha)\, j - \sin(\alpha)\, i\right)$$

$$i \underbrace{\left(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta\right)}_{\cos(\alpha+\beta)} + j \underbrace{\left(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha\right)}_{\sin(\alpha+\beta)}$$

(protože i, j jsou lineárně nezávislé)

3a Geometrie a výpočet



$|AB| = |FE| + |ED|$

$|AF| = |BC| + |CD|$