

Písemná část zkoušky z AN2

3. června 2022

1. Vypočtete oboustranné i jednostrannou limitu funkce f v bodě nula

$$f(x) = \exp(\operatorname{arctg}(1/\log|x|))$$

- 1* Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda je možné ji spojitě rozšířit do krajních bodů tohoto definičního oboru. Dále určete limity funkce f v nevlastních bodech (pokud existují).

$$f(x) = \frac{1}{\cos(\operatorname{arctg}(\log(x)))}$$

2. Určete definiční obor a obor hodnot funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$$

2*

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x} - \operatorname{arctg}(x)$$

3. Vypočtete integrály

$$\int_0^\pi \frac{1}{3 - \sin(x)} dx \quad \int_0^1 \operatorname{arccotg}(x) dx$$

3*

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - \sin(x)} dx \quad \int_0^1 \operatorname{arccotg}(x) dx$$

4. Načrtněte obrazec O a odhadněte a poté vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce O podle osy x . Při vyčíslení použijte $\log(2) \doteq 0.7$.

$$O = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 2], y \in [0, -1 + 2/x]\}$$

- 4* Vypočtete objem tělesa vzniklého rotací obrazce O kolem osy y .

5. Zjistěte, zda mají následující řady součet, zda konvergují a jednu z nich sečtete

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{12}{k^2 + 4k} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 + \sqrt{k^4 + k^2 + 1}}{k^4}$$

5*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-2}{k^3 + 3k^2 + 2k} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 + \sqrt{k^2 + \sqrt{k^5 + 1}}}{k^4}$$