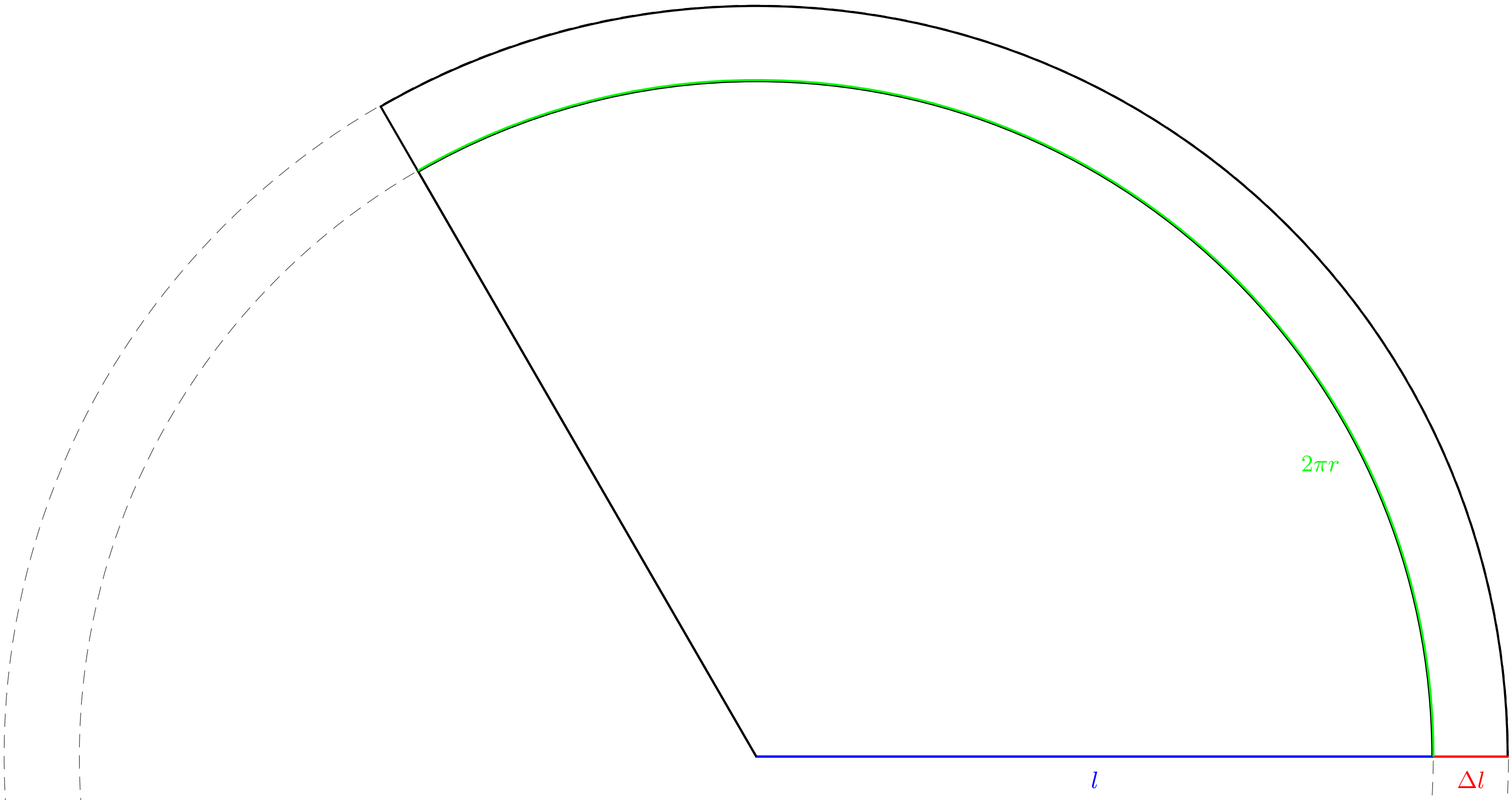

Na obrázku je plášť kužele rozvinutý do roviny. Poloměr podstavy kužele je r, obvod podstavy $2\pi r$. Délka površky kužele je $l + \Delta l$.

Naším cílem je spočítat obsah pláště vzniklého odříznutím kužele o délce površky l: Spočítáme nejdříve obsah mezikruží: $\pi(l + \Delta l)^2 - \pi l^2$, po úpravě $2\pi l \Delta l + \pi(\Delta l)^2$.

K výpočtu O obsahu části mezikruží pak použijeme přímou úměru (obsahy části a celého mezikruží jsou ve stejném poměru jako délka části a celé kružnice):

$$\frac{O}{2\pi l \Delta l + \pi(\Delta l)^2} = \frac{2\pi r}{2\pi l}$$

Po úpravě dostaneme

$$O = \left(2\pi \Delta l + \frac{\pi(\Delta l)^2}{l}\right) r$$

Chceme ukázat, že druhý člen v závorce můžeme pro malé Δl zanedbat. Proto vytkneme první člen před závorku

$$O = 2\pi \Delta l\, r \left(1 + \frac{\Delta l}{2l}\right)$$

Pro „nekonečně malé“ $\mathrm{d}\,l$ dostaneme nekonečně malý přírůstek obsahu

$$\mathrm{d}O = 2\pi r \,\mathrm{d}l$$

Za zmínku stojí, že je výsledek je stejný jako obsah obdélníku o stranách $\mathrm{d}l$, $2\pi r$ – jako bychom oblouk narovnali.

Při výpočtu obsahu pláště rotačně symetrického tělesa je $r = f(x)$, $\mathrm{d}l = \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$ a dostaneme vzorec

$$O = \int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$$