

Písemná část zkoušky z AN2

15. června 2023

1. Určete definiční obor funkce f a nalezněte intervaly, na nichž je f rostoucí.

$$f(x) = -\log(12x - x^3)$$

- 1* Určete, pro která $y \in \mathbb{R}$ má rovnice $y = f(x)$ s neznámou x právě jedno řešení.

2. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-1}$$

- 2* Určete pro která $y \in \mathbb{R}$ má rovnice $y = (f(x))^2$ s neznámou x právě dvě různá řešení.

3. Převed'te integrál substitucí na integrál z racionální funkce.

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$$

- 3* K racionální funkci vzniklé po substituci nalezněte primitivní funkci.

- 3** Integrál vypočtete.

4. Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce ležícího v prvním kvadrantu a omezeného shora grafem funkce f okolo osy x .

$$f(x) = 2 - \sqrt{x}$$

- 4* Obrazec v příkladu načrtněte a počítaný objem odhadněte použitím vzorce pro objem kužele a odhad porovnejte s vypočtenou hodnotou.

- 4** Obrazec rotujte nejen kolem osy x , ale i kolem osy y a úlohu řešte pro obě tělesa.

5. Vypočtete Taylorův polynom funkce arkustangens v bodě nula stupně tři.

- 5* Stupně pět.

- 6*(žolík) Otevřená nádoba má tvar komolého kužele, poloměr spodní podstavy je R_1 , poloměr horní podstavy je $R_2 = 3R_1$, výška je H . Nádoba je naplněná vodou po okraj. Vypočtete za jak dlouho vyteče z nádoby voda otvorem tvaru kruhu o poloměru $R = R_1/5$ umístěném ve dně nádoby.

Rychlost výtoku je při výšce vody h v nádobě rovna $\sqrt{2gh}$.