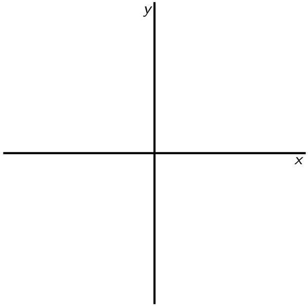
Odvození součtových vzorců na jednotkové kružnici

text pro studenty učitelství na FP TUL

Martina Šimůnková

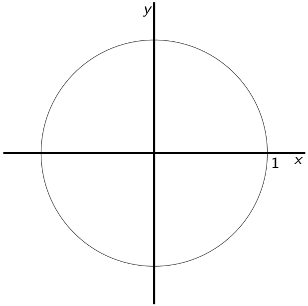
27. února 2023



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

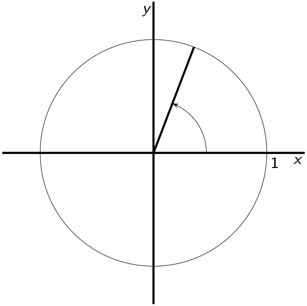
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j}$



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

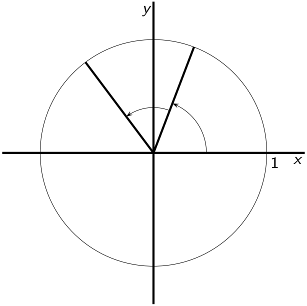
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j}$



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

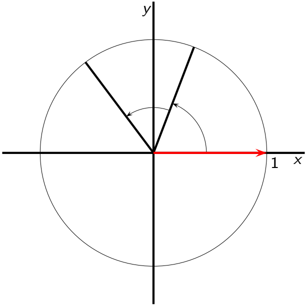
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j}$



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

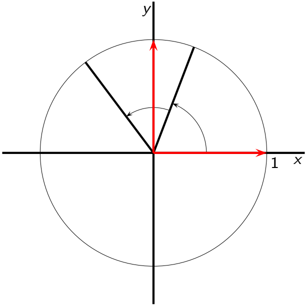
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha + \beta)\vec{i} + \sin(\alpha + \beta)\vec{j}$



Do soustavy souřadné zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

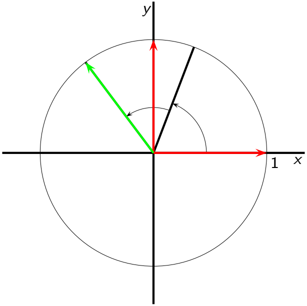
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha + \beta)\vec{i} + \sin(\alpha + \beta)\vec{j}$



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

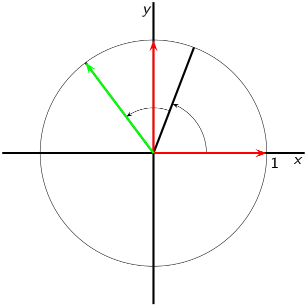
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha + \beta)\vec{i} + \sin(\alpha + \beta)\vec{j}$



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

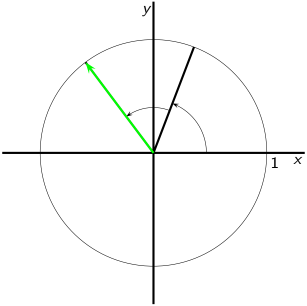
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha + \beta)\vec{i} + \sin(\alpha + \beta)\vec{j}$



Do souřadné soustavy zakreslíme jednotkovou kružnici, úhel α a β.

Na osách vyznačíme jednotkové vektory: na ose x vektor $\vec{i}$, na ose y vektor $\vec{j}$.

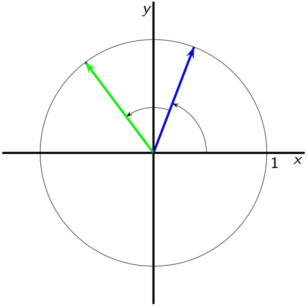
Souřadnice vektoru $\vec{v}$ určíme z definice goniometrických funkcí na jednotkové kružnici
$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$
Vektor $\vec{v}$ můžeme též vyjádřit jako lineární kombinaci
$\vec{v} = \cos(\alpha + \beta)\vec{i} + \sin(\alpha + \beta)\vec{j}$



Jiný způsob vyjádření vektoru $\vec{v}$ je pomocí vektoru $\vec{i'}$ a vektoru $\vec{j'}$, který je kolmý k vektoru $\vec{i'}$ a tvoří spolu souřadnou soustavu otočenou od původní soustavy o úhel α.

Výše zmiňovaná lineární kombinace je (analogicky se vztahem na konci minulého slajdu)

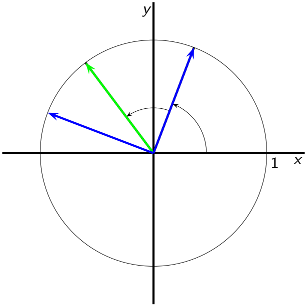
$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'}$



Jiný způsob vyjádření vektoru $\vec{v}$ je pomocí vektoru $\vec{i'}$ a vektoru $\vec{j'}$, který je kolmý k vektoru $\vec{i'}$ a tvoří spolu souřadnou soustavu otočenou od původní soustavy o úhel α.

Výše zmiňovaná lineární kombinace je (analogicky se vztahem na konci minulého slajdu)

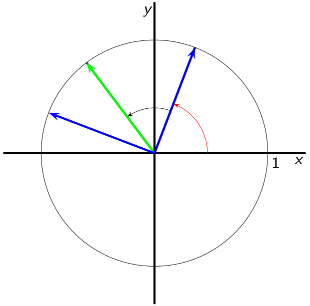
$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'}$



Jiný způsob vyjádření vektoru $\vec{v}$ je pomocí vektoru $\vec{i'}$ a vektoru $\vec{j'}$, který je kolmý k vektoru $\vec{i'}$ a tvoří spolu souřadnou soustavu otočenou od původní soustavy o úhel α.

Výše zmiňovaná lineární kombinace je (analogicky se vztahem na konci minulého slajdu)

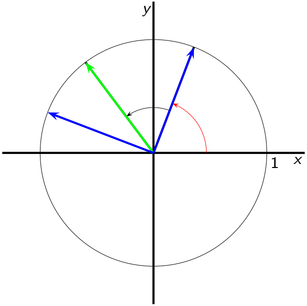
$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'}$



Jiný způsob vyjádření vektoru $\vec{v}$ je pomocí vektoru $\vec{i}'$ a vektoru $\vec{j}'$, který je kolmý k vektoru $\vec{i}'$ a tvoří spolu souřadnou soustavu otočenou od původní soustavy o úhel α.

Výše zmiňovaná lineární kombinace je (analogicky se vztahem na konci minulého slajdu)

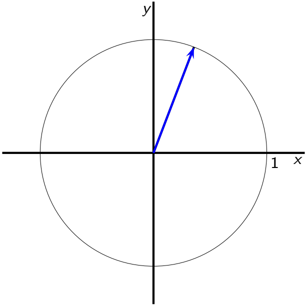
$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i}' + \sin(\beta)\vec{j}'$



Jiný způsob vyjádření vektoru $\vec{v}$ je pomocí vektoru $\vec{i'}$ a vektoru $\vec{j'}$, který je kolmý k vektoru $\vec{i'}$ a tvoří spolu souřadnou soustavu otočenou od původní soustavy o úhel α.

Výše zmiňovaná lineární kombinace je (analogicky se vztahem na konci minulého slajdu)

$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'}$

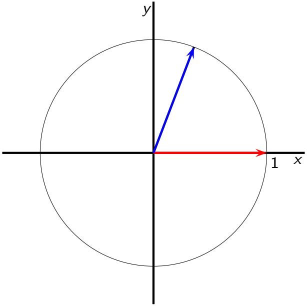


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

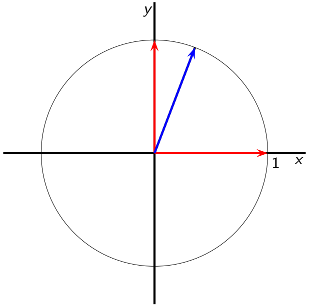


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

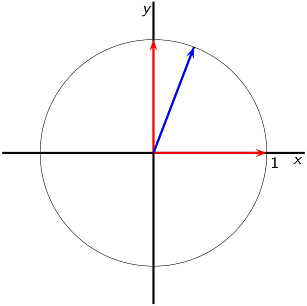


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

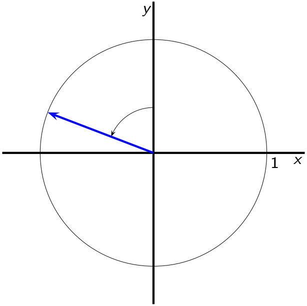


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

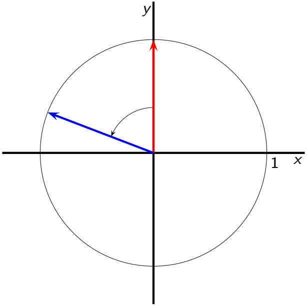


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

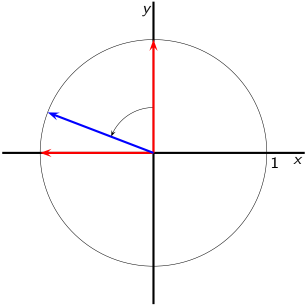


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

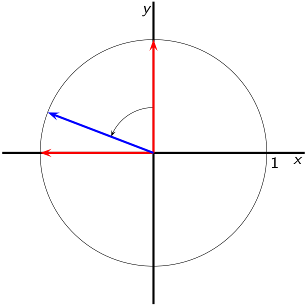


Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$



Nyní vyjádříme vektor $\vec{i}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{i}$ a vektoru $\vec{j}$

$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$

a vektor $\vec{j}'$ jako lineární kombinaci vektoru $\vec{j}$ a vektoru $-\vec{i}$

$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\
\vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\
\vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\
\vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}
\end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\,\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\,\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\vec{v} = \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j}$$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i}' + \sin(\beta)\vec{j}'$$

$$\vec{i}' = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

$$\vec{j}' = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i}'$, $\vec{j}'$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\,\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\,\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\
\vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\
\vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\
\vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}
\end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\ \vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\ \vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\ \vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j} \end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\ \vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i}' + \sin(\beta)\vec{j}' \\ \vec{i}' &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\ \vec{j}' &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j} \end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i}'$, $\vec{j}'$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$
\begin{aligned}
\vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\
\vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\
\vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\
\vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}
\end{aligned}
$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\vec{v} = \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j}$$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'}$$

$$\vec{i'} = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

$$\vec{j'} = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\,\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\,\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\
\vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\
\vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\
\vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}
\end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\vec{v} = \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j}$$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'}$$

$$\vec{i'} = \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}$$

$$\vec{j'} = -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\ \vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\ \vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\ \vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j} \end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\,\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\,\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\
\vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i'} + \sin(\beta)\vec{j'} \\
\vec{i'} &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\
\vec{j'} &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}
\end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i'}$, $\vec{j'}$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\,\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\,\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\ \vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i}' + \sin(\beta)\vec{j}' \\ \vec{i}' &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\ \vec{j}' &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j} \end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i}'$, $\vec{j}'$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = \left(\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha)\right)\vec{i} + \left(\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha)\right)\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Shrňme vztahy, které jsme odvodili

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \cos(\alpha+\beta)\vec{i} + \sin(\alpha+\beta)\vec{j} \\
\vec{v} &= \cos(\beta)\vec{i}' + \sin(\beta)\vec{j}' \\
\vec{i}' &= \cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j} \\
\vec{j}' &= -\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}
\end{aligned}$$

Do druhého vztahu pro $\vec{v}$ dosadíme za $\vec{i}'$, $\vec{j}'$

$$\vec{v} = \cos(\beta)\left(\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}\right) + \sin(\beta)\left(-\sin(\alpha)\vec{i} + \cos(\alpha)\vec{j}\right)$$

upravíme

$$\vec{v} = (\cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha))\,\vec{i} + (\cos(\beta)\sin(\alpha) + \sin(\beta)\cos(\alpha))\,\vec{j}$$

a porovnáním s prvním vztahem pro $\vec{v}$ dostaneme součtové vzorce.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.

Na obrázku je vektor

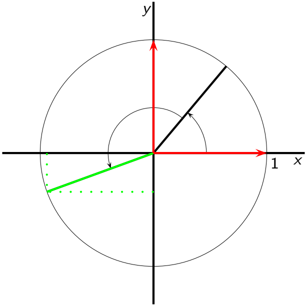
$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené. Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

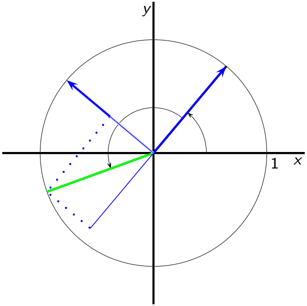
$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené. Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

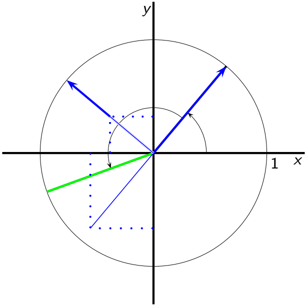
$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené. Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

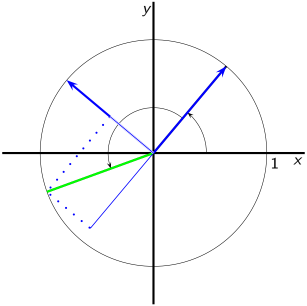
$$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené. Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

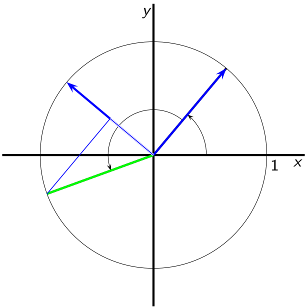
$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené. Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

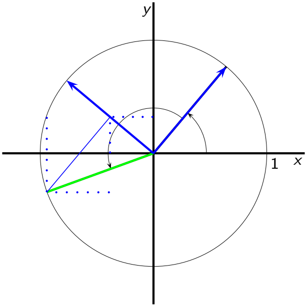
$$\vec{v} = (\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené. Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

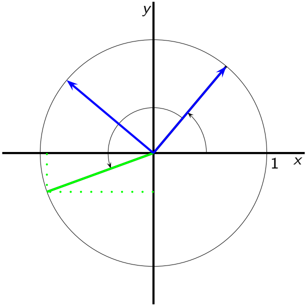
se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené.

Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

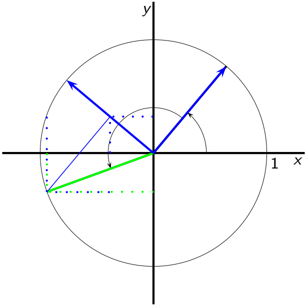
se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené.

Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

Na předchozích slajdech jsme k odvození součtových vzorců použili vztahy mezi vektory. V dalším ukážeme geometrický pohled na použité vztahy a odvození.



Na obrázku je vektor

$$\vec{v} = (\cos(\alpha+\beta), \sin(\alpha+\beta))$$

se svými průměty do souřadných os.

Vytvoříme průměty do otočených os a ty promítneme do původních os.

Vektory lze sčítat a rozkládat buď pomocí rovnoběžníku (zde v případě kolmých vektorů pomocí obdélníku) nebo pomocí trojúhelníku. Z modrých průmětů pak poskládáme zelené.
Při skládání je třeba dát pozor na znaménka, jejich volbě věnujeme další slajdy.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:

Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

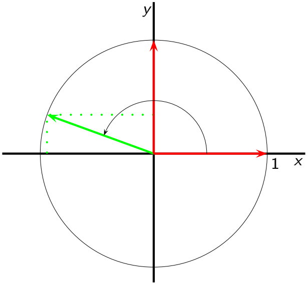
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi+\pi), |a|\sin(\varphi+\pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi+\pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

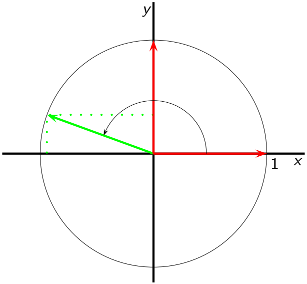
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi + \pi), |a|\sin(\varphi + \pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

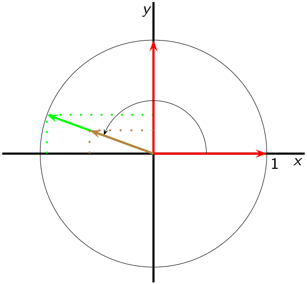
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi + \pi), |a|\sin(\varphi + \pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

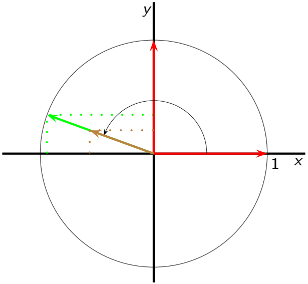
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi+\pi), |a|\sin(\varphi+\pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

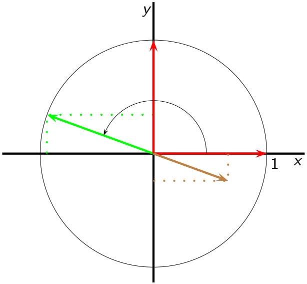
Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.

Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi+\pi), |a|\sin(\varphi+\pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

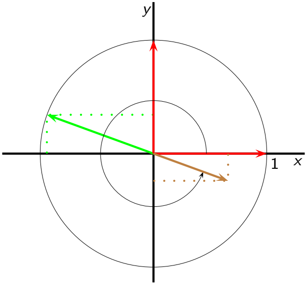
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi+\pi), |a|\sin(\varphi+\pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

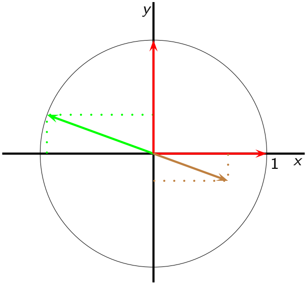
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi + \pi), |a|\sin(\varphi + \pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

K diskusi o znaménkách (viz poznámka v závěru předchozího slajdu) se nám budou hodit polární souřadnice, které vyložíme níže:



Zvolíme úhel φ a k němu na jednotkové kružnici vektor

$$\vec{v} = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))$$

a ten vynásobíme kladným číslem $r > 0$. Dostaneme vektor

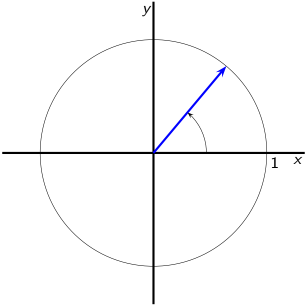
$$\vec{u} = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$$

Čísla r, φ nazýváme polárními souřadnicemi vektoru $\vec{u}$.
Volbou záporného $a < 0$ dostaneme

$$\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi)) = (|a|\cos(\varphi + \pi), |a|\sin(\varphi + \pi))$$

Polární souřadnice vektoru $\vec{u}$ určíme ze vztahu vpravo: jsou to $|a|$, $\varphi + \pi$. Pro nás v dalším bude podstatný vztah $\vec{u} = (a\cos(\varphi), a\sin(\varphi))$, nebude nám tedy vadit záporná hodnota čísla a.

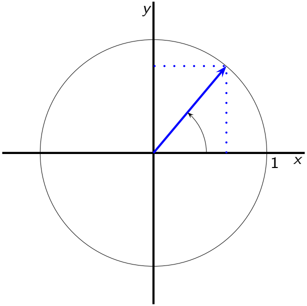
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor i' svírá s kladnou poloosou x úhel α a jeho průmět na osu x je $\cos(\alpha)$ a na osu y je $\sin(\alpha)$.

Vektor ai' má průměty $a\cos(\alpha)$, $a\sin(\alpha)$. Průměty vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

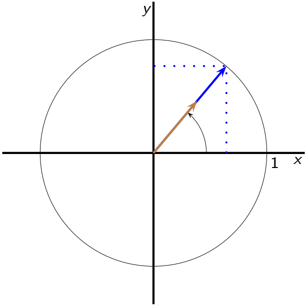
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor i' svírá s kladnou poloosou x úhel α a jeho průmět na osu x je $\cos(\alpha)$ a na osu y je $\sin(\alpha)$.

Vektor ai' má průměty $a\cos(\alpha)$, $a\sin(\alpha)$. Průměty vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

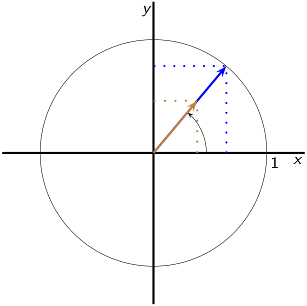
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor i' svírá s kladnou poloosou x úhel α a jeho průmět na osu x je $\cos(\alpha)$ a na osu y je $\sin(\alpha)$.

Vektor ai' má průměty $a\cos(\alpha)$, $a\sin(\alpha)$. Průměty vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

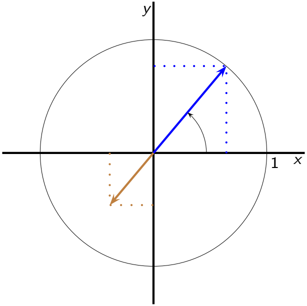
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor i' svírá s kladnou poloosou x úhel α a jeho průmět na osu x je $\cos(\alpha)$ a na osu y je $\sin(\alpha)$.

Vektor ai' má průměty $a\cos(\alpha)$, $a\sin(\alpha)$. Průměty vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

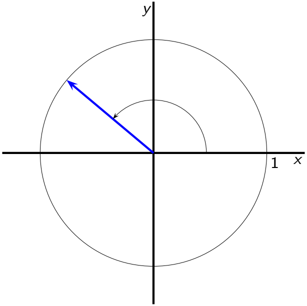
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor i' svírá s kladnou poloosou x úhel α a jeho průmět na osu x je $\cos(\alpha)$ a na osu y je $\sin(\alpha)$.

Vektor ai' má průměty $a\cos(\alpha)$, $a\sin(\alpha)$. Průměty vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

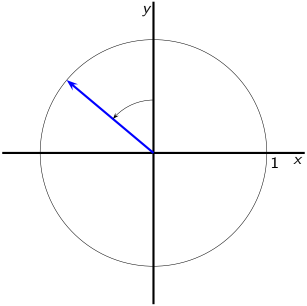
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor j' svírá s kladnou poloosou x úhel $\alpha + \pi/2$ a s kladnou poloosou y úhel α. Jeho průmět na kladnou osu x je $-\sin(\alpha)$ a na osu y je $\cos(\alpha)$.

Vektor aj' má průměty $-a\sin(\alpha)$, $a\cos(\alpha)$ a průměty opět vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

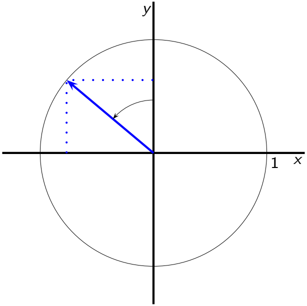
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor j' svírá s kladnou poloosou x úhel $\alpha + \pi/2$ a s kladnou poloosou y úhel α. Jeho průmět na kladnou osu x je $-\sin(\alpha)$ a na osu y je $\cos(\alpha)$.

Vektor aj' má průměty $-a\sin(\alpha)$, $a\cos(\alpha)$ a průměty opět vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

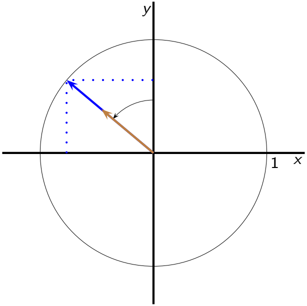
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor j' svírá s kladnou poloosou x úhel $\alpha + \pi/2$ a s kladnou poloosou y úhel α. Jeho průmět na kladnou osu x je $-\sin(\alpha)$ a na osu y je $\cos(\alpha)$.

Vektor aj' má průměty $-a\sin(\alpha)$, $a\cos(\alpha)$ a průměty opět vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

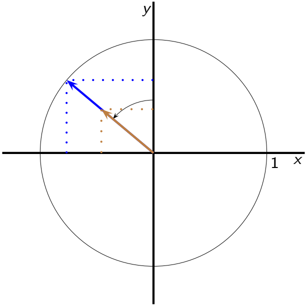
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor j' svírá s kladnou poloosou x úhel $\alpha + \pi/2$ a s kladnou poloosou y úhel α. Jeho průmět na kladnou osu x je $-\sin(\alpha)$ a na osu y je $\cos(\alpha)$.

Vektor aj' má průměty $-a\sin(\alpha)$, $a\cos(\alpha)$ a průměty opět vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

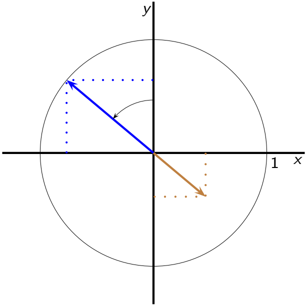
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor j' svírá s kladnou poloosou x úhel $\alpha + \pi/2$ a s kladnou poloosou y úhel α. Jeho průmět na kladnou osu x je $-\sin(\alpha)$ a na osu y je $\cos(\alpha)$.

Vektor aj' má průměty $-a\sin(\alpha)$, $a\cos(\alpha)$ a průměty opět vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

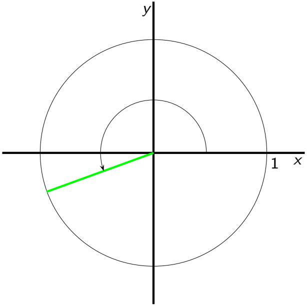
A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor j' svírá s kladnou poloosou x úhel $\alpha + \pi/2$ a s kladnou poloosou y úhel α. Jeho průmět na kladnou osu x je $-\sin(\alpha)$ a na osu y je $\cos(\alpha)$.

Vektor aj' má průměty $-a\sin(\alpha)$, $a\cos(\alpha)$ a průměty opět vyjdou stejně i pro $a \leq 0$.

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha + \beta)$.

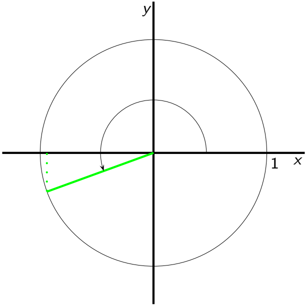
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

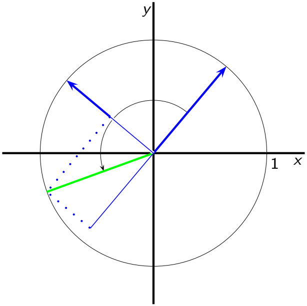
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta)i' + \sin(\beta)j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha)i$,
$\cos(\beta)i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha)i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha)i$,
$\sin(\beta)j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha)i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

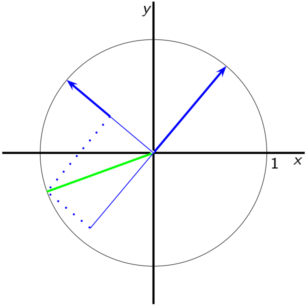
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha + \beta)$.

Vektor v rozložíme na součet vektorů

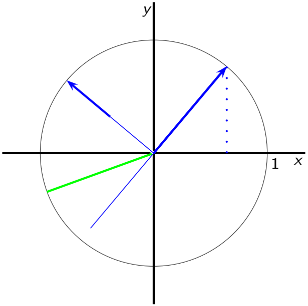
$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:

vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

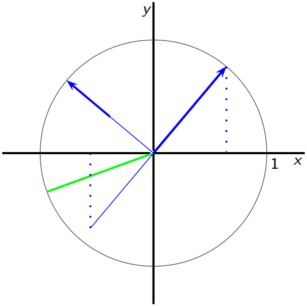
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

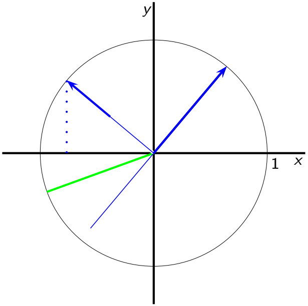
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

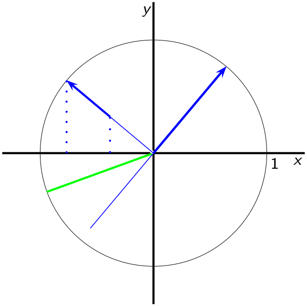
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha + \beta)$.

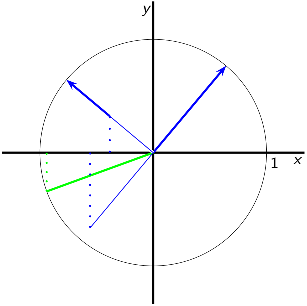
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

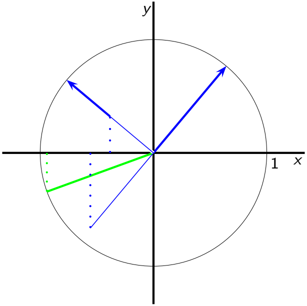
Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

Vektor v rozložíme na součet vektorů

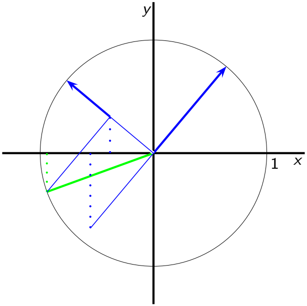
$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

Ve skládání vektorů vyměníme rovnoběžník za trojúhelník

A nyní ukážeme geometrický přístup k odvození součtových vzorců.



Vektor v má průmět na osu x roven $\cos(\alpha+\beta)$.

Vektor v rozložíme na součet vektorů

$$v = \cos(\beta) i' + \sin(\beta) j'$$

s průměty na osu x:
vektor i' má průmět $\cos(\alpha) i$,
$\cos(\beta) i'$ má průmět $\cos(\beta)\cos(\alpha) i$,

vektor j' má průmět $-\sin(\alpha) i$,
$\sin(\beta) j'$ má průmět $-\sin(\beta)\sin(\alpha) i$,

Ve skládání vektorů vyměníme rovnoběžník za trojúhelník a dostaneme součtový vzorec pro kosinus

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\beta)\sin(\alpha)$$