

Úlohy na cvičení 5. března 2024 z AN2

1. Řešte následující rovnice na intervalu $(-\pi, 2\pi]$. Kořeny nevyčíslujte, vyjádřete je pomocí cyklometrických funkcí.

a. $\sin(x) = -0.8, \quad \operatorname{tg}(y) = 4$

b. $\sin(x) = 0.4, \quad \operatorname{cotg}(y) = -3$

c. $\cos(x) = -0.2, \quad \operatorname{tg}(y) = 6$

d. $\cos(x) = 0.3, \quad \operatorname{cotg}(y) = -8$

2. Zjistěte, zda mají následující funkce v bodě nula odstranitelnou nespojitost.

ac. $f(x) = \operatorname{arccotg}(1/x),$
 $g(x) = \operatorname{arccotg}(1/x^2),$
 $h(x) = (\operatorname{arctg}(1/x))^2$

bd. $f(x) = \operatorname{arctg}(1/x),$
 $g(x) = \operatorname{arctg}(1/x^2),$
 $h(x) = (\operatorname{arccotg}(1/x))^2$

3. Vypočtete jednostranné i oboustrannou limitu funkce

a. $f(x) = \cos(\operatorname{arctg}(1/(x-1)))$ v bodě $x = 1$

b. $f(x) = \arcsin(1/(1 + \operatorname{tg}(x)))$ v bodě $x = \pi/2$

c. $f(x) = \operatorname{arccotg}(x/(x^2 - 1))$ v bodě $x = -1$

d. $f(x) = \operatorname{arctg}(x/(x^2 - 4))$ v bodě $x = 2$

4. Napište Taylorův polynom stupně pět v bodě nula funkce

a. \arcsin

b. $\operatorname{arccotg}$

c. \arccos

d. arctg

5. Určete definiční obor a obor hodnot funkcí. Udělejte náčrtek grafu, který správně zachycuje definiční obor, obor hodnot a monotonii funkce.

a.

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg}(1/x^2) \quad g(x) = \arcsin \sqrt{x - x^2}$$

b.

$$f(x) = \operatorname{arctg}((1-x)/x) \quad g(x) = \arccos \sqrt{2x-x^2}$$

c.

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}(1/x) \quad g(x) = \arcsin(3x-x^2)$$

d.

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arccotg}(x) \quad g(x) = \arccos(4x-x^2)$$

*

$$f(x) = \arcsin(\sqrt{1-x^2}) + \arccos(x)$$

$$g(x) = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{x}}{x+1}\right)$$

$$h(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{x^2+1}\right) - 2 \operatorname{arctg}(x)$$

6. Načrtněte grafy funkcí a vysvětlete, jak jste k nim došli. Nevíte-li si rady, nechte grafy vykreslit a přemýšlejte nad nimi.

$$x \mapsto \sin(\arcsin(x)) \quad * x \mapsto \arcsin(\sin(x)) \quad x \mapsto \cos(\arcsin(x))$$

$$* x \mapsto \arcsin(\cos(x)) \quad x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(x)) \quad x \mapsto \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(x))$$

$$x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arccotg}(x)) \quad * x \mapsto \operatorname{arctg}(\operatorname{cotg}(x))$$

(*7) Popište konstrukci pravidelného pětiúhelníku bez použití úhloměru a dokažte správnost této konstrukce.