Úlohy k přípravě na zkoušku z AN2

26. března 2024

1a Pro funkce f, g určete definiční obor a body, v nichž má funkce odstranitelnou nespojitost

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \qquad g(x) = \frac{\log(x^2)}{x+1}$$

1b

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(1/x) \qquad g(x) = \frac{x+2}{\log(x^2)}$$

1c

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x-1}{x^2}\right) \qquad g(x) = x\log(x^2)$$

1d

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{3+x}{x^2}\right) \qquad g(x) = \exp\left(\frac{x}{(1+x)^2}\right)$$

1e

$$f(x) = \operatorname{arctg}(1/x) \qquad g(x) = \exp\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

1f

$$f(x) = \operatorname{arctg}(1/x^2) \qquad g(x) = x\exp(1/x)$$

1g

$$f(x) = x^2\sin(1/x) \qquad g(x) = \exp\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$$

1h

$$f(x) = (\operatorname{arctg}(1/x))^2 \qquad g(x) = \frac{\exp(1/x)}{\exp(1/x)+\exp(2/x)+\exp(3/x)}$$

1i

$$f(x) = (\operatorname{arccotg}(1/x))^2 \qquad g(x) = \frac{\exp(2/x)}{\exp(1/x)+\exp(2/x)+\exp(3/x)}$$

1j

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(1/x^2) \qquad g(x) = \frac{\exp(3/x)}{\exp(1/x)+\exp(2/x)+\exp(3/x)}$$

2a Nalezněte intervaly, na nichž je funkce f rostoucí

$$f(x) = \cos(x) + \sin^2(x)$$

2b

$$f(x) = \cos(x) - \cos^2(x)$$

2c

$$f(x) = 3\sin^2(x) + 4\cos^3(x)$$

2d

$$f(x) = \sin(x)\cos^3(x)$$

2e

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

2f

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}(1/x)$$

2g

$$f(x) = \arcsin(3x - 2)$$

2h

$$f(x) = \arcsin\sqrt{x - x^2}$$

2i

$$f(x) = \arcsin(2x^2 + 2x)$$

2j

$$f(x) = \frac{\log(x)}{\sqrt{x^5}}$$

2k

$$f(x) = \sqrt{x^3}\,\log(x)$$

2l

$$f(x) = \frac{x^2}{\log(x)}$$

2m

$$f(x) = \log(x^3 - 12x)$$

2n

$$f(x) = (x^2 - 2)\exp(2x)$$

2o
$$f(x) = \exp \frac{x+1}{x^2-1}$$

2p
$$f(x) = (x^2 + x + 1) \exp(x)$$

2q
$$f(x) = (2x - 1) \exp(-x^2)$$

2r
$$f(x) = \frac{\exp(x)}{\exp(x) + \exp(2x) + \exp(3x)}$$

2s
$$f(x) = \frac{\exp(2x)}{\exp(x) + \exp(2x) + \exp(3x)}$$

2t
$$f(x) = \frac{\exp(3x)}{\exp(x) + \exp(2x) + \exp(3x)}$$

3a – t Určete definiční obor a obor hodnot funkce f. Funkce stejné jako v předchozí úloze.

4a Vypočtěte Taylorův polynom stupně čtyři v bodě nula funkce tangens.

4b Funkce arkustangens, v bodě nula, stupně čtyři.

4c Funkce $f(x) = \log \sqrt{x}$ v bodě jedna stupně čtyři.

4d Funkce $f(x) = \exp(x^2)$ v bodě nula stupně čtyři.

4e Funkce $f(x) = \operatorname{arctg}(3x)$ v bodě nula stupně čtyři.

4f Funkce $f(x) = \operatorname{tg}(2x)$ v bodě nula stupně čtyři.

5a Určete, zda následující řady splňují nutnou podmínku konvergence. Co odtud plyne pro konvergenci řady?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^3 - 2k + 3} - 6k}{k^2 - 3k + 7} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 - 3k + 7}{\sqrt{k^3 - 2k + 3} - 6k}$$

6a Zjistěte, zda následující řady konvergují.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^3 - 2k + 3} - 6k}{k^2 - 3k + 7} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 - 3k + 7}{\sqrt{k^3 - 2k + 3} - 6k}$$