

## Úlohy na cvičení 21. května 2024 z AN2

- 1a Udělejte hrubý náčrtek obrazce  $O$ , hrubý odhad objemu tělesa vzniklého rotací obrazce okolo osy  $x$  a poté objem vypočtěte.

Pokud se obrazec skládá z více částí, vyberte si pro výpočet jednu z nich.

$$O = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq f(x)\}$$

$$f(x) = \sin^3(x)$$

1b  $f(x) = -x^2 \log(x)$

1c  $f(x) = x \sin(x)$

- 2a Vypočtěte integrál

$$\int_0^{4\pi} |x \sin(x)| dx$$

- 2b

$$\int_0^e |\log(x)| dx$$

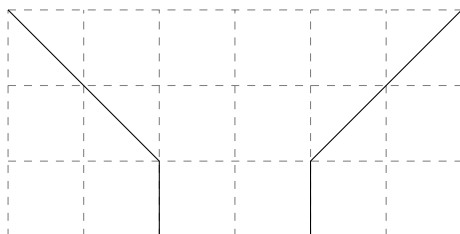
- 2c

$$\int_{-1}^1 \left| \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right| dx$$

- 2d

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \sin^2(x)} dx$$

3. Na obrázku je ve čtvercové síti řez rotačně symetrické nádoby. Vypočtěte objem tekutiny v nádobě jako funkci výšky hladiny a k výpočtu použijte určitý integrál.



(\*4) Na přednášce jsme spočítali objem tekutiny v nakloněné válcové nádobě v pozici, kdy tekutina zakrývá právě polovinu dna.

K výpočtu jsme použili obdélníkové řezy. Proveďte obdobný výpočet pro řezy rovnoběžné se dnem nádoby.

Dále objem vypočtete pomocí řezů kolmých k řezům v předchozích dvou výpočtech.

(\*5) Vypočtete délky parabol  $y = x^2, x \in [0, 1]$ ,  $y = \sqrt{x}, x \in [0, 1]$ . Výsledky upravte do tvaru, ze kterého bude zřejmé, že se rovnají.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Křivky jsou stejné, proto mají stejnou délku. Po vás chceme spočítat oba integrály. Návod k jejich výpočtu najdete v textu [https://kma.fp.tul.cz/~simunkova/analyza/Vypocet\\_integralu.pdf](https://kma.fp.tul.cz/~simunkova/analyza/Vypocet_integralu.pdf)