Písemná část zkoušky z AN2

1. července 2024

1. Pro funkce f, g určete definiční obor a body, v nichž má funkce odstranitelnou nespojitost

$$f(x) = x\log(x^4) \qquad g(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x-2}{(x+1)^2}\right)$$

1* Pro funkce F, G

$$F(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x\log(x^4)} \qquad G(x) = \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{\operatorname{arctg}\left(\frac{x-2}{(x+1)^2}\right)}$$

2. Zjistěte, zda následující řady absolutně konvergují.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{2k}}{(k+1)^2 2^{3k}} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^3}{(2k)!} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^2+1}}{k^3+1}$$

2* Kromě tří řad ještě pro

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k^3)}{k^2}$$

3. Nalezněte primitivní funkce k funkcím f, g a udělejte zkoušku.

$$f(x) = \log(x^3) \qquad g(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

3* Pro funkci f a funkci h

$$h(y) = \frac{2y+1}{1+\sqrt{y^2+y+1}}$$

4. Načrtněte obrazec M, který leží v prvním kvadrantu a shora je omezen grafem funkce f. Vypočtěte objem tělesa vzniklého rotací obrazce M kolem osy x.

$$f(x) = 2 - \sqrt{x}$$

4* Rotací obrazce M okolo osy x případně y vzniknou dvě rozdílná tělesa. Odhadněte, které z nich má větší objem a oba objemy vypočtěte.

5. Vypočtěte určité integrály funkce f přes intervaly: $I_1 = [-\pi, \pi]$, $I_2 = [0, 2\pi]$, $I_3 = [0, 3\pi]$.

$$f(x) = \frac{8}{3 - 2\sin(x) + \cos(x)}$$

5* Určete primitivní funkci k funkci f na intervalu $(0, 2\pi)$.

6* žolík (a) Vyčíslete 2^5, 2^{10}.

(b) Na základě výsledku (a) určete přibližnou hodnotu $\log_2 1000$. Jakou vlastnost logaritmu jste použili?

(c) Použijte derivaci logaritmu k zpřesnění hodnoty v (b).