

Úlohy na cvičení 25. února 2025 z AN2

1a Zjistěte monotonii funkce a použijte ji k výpočtu oboru hodnot funkce

$$f(x) = \sin^3(x) - \cos^3(x)$$

Z velké části jsme spočítali na přednášce, na cvičení můžeme dopočítat.

1b

$$f(x) = \sin(x) \cos^3(x)$$

Z velké části jsme spočítali na minulém cvičení, můžeme dopočítat.

1c

$$f(x) = 3 \sin^2(x) + 4 \cos^3(x)$$

1d

$$f(x) = \sin(x) - \cos^2(x)$$

2. Napište Taylorův polynom stupně pět v bodě nula funkce tangens.

3. Řešte následující rovnice na intervalu $(-\pi, 2\pi]$. Kořeny nevyčíslujte, vyjádřete je pomocí cyklometrických funkcí.

(a) $\sin(x) = -0.8$, $\operatorname{tg}(y) = 4$

(b) $\cos(x) = 0.3$, $\operatorname{cotg}(y) = -8$

4a Určete druh nespojitosti následujících funkcí v bodě nula.

$$\begin{aligned} f(x) &= \operatorname{arccotg}(1/x), \\ g(x) &= \operatorname{arccotg}(1/x^2), \\ h(x) &= (\operatorname{arctg}(1/x))^2 \end{aligned}$$

4b $f(x) = \operatorname{arctg}(1/x)$,
 $g(x) = \operatorname{arctg}(1/x^2)$,
 $h(x) = (\operatorname{arccotg}(1/x))^2$

5a Vypočtěte jednostranné i oboustrannou limitu funkce

$$f(x) = \cos(\operatorname{arctg}(1/(x-1))) \text{ v bodě } x = 1$$

5b $f(x) = \arcsin(1/(1 + \operatorname{tg}(x)))$ v bodě $x = \pi/2$

5c $f(x) = \operatorname{arccotg}(x/(x^2 - 1))$ v bodě $x = -1$

5d $f(x) = \operatorname{arctg}(x/(x^2 - 4))$ v bodě $x = 2$

6a Načrtněte grafy funkcí a vysvětlete, jak jste k nim došli. Nevíte-li si rady, nechte grafy vykreslit a přemýšlejte nad nimi.

$$x \mapsto \sin(\arcsin(x)) \quad * x \mapsto \arcsin(\sin(x)) \quad x \mapsto \cos(\arcsin(x))$$

6b

$$*x \mapsto \arcsin(\cos(x)) \quad x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(x)) \quad x \mapsto \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(x))$$

6c

$$x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arccotg}(x)) \quad * x \mapsto \operatorname{arctg}(\operatorname{cotg}(x))$$

(*7) Popište konstrukci pravidelného pětiúhelníku bez použití úhloměru a dokažte správnost této konstrukce.