

## Úlohy na cvičení 4. března 2025 z AN2

1a Zjistěte monotonii funkce a použijte ji k výpočtu oboru hodnot funkce

$$f(x) = \sin^3(x) - \cos^3(x)$$

Z velké části jsme spočítali na přednášce, na cvičení můžeme dopočítat.

1b

$$f(x) = \sin(x) \cos^3(x)$$

Z velké části jsme spočítali dříve na cvičení, můžeme dopočítat.

1c

$$f(x) = 3 \sin^2(x) + 4 \cos^3(x)$$

1d Tuto úlohu jsme na cvičení vyřešili. Chci s vámi diskutovat, jak se při výpočtu vyhnout řešení goniometrické nerovnice. Prozradím, že použijeme důsledek věty o kořeni spojitě funkce.

$$f(x) = \sin(x) - \cos^2(x)$$

2. Řešte následující rovnice na intervalu  $(-\pi, 2\pi]$ . Kořeny nevyčíslujte, vyjádřete je pomocí cyklometrických funkcí.

(a)  $\sin(x) = 0.4$ ,  $\operatorname{tg}(y) = 4$

(b)  $\cos(x) = -0.3$ ,  $\operatorname{cotg}(y) = -8$

3a Určete druh nespojitosti následujících funkcí v bodě nula.

$$\begin{aligned} f(x) &= \operatorname{arccotg}(1/x), \\ g(x) &= \operatorname{arccotg}(1/x^2), \\ h(x) &= (\operatorname{arctg}(1/x))^2 \end{aligned}$$

3b  $f(x) = \operatorname{arctg}(1/x)$ ,  
 $g(x) = \operatorname{arctg}(1/x^2)$ ,  
 $h(x) = (\operatorname{arccotg}(1/x))^2$

4. K úlohám 3a,b nakreslete grafy funkcí, z nichž jsou zkoumané funkce složené<sup>1</sup> a na grafech vyznačte příslušná okolí.

Totéž udělejte pro funkce v úlohách 5a – 5d.

5a Vypočtete jednostranné i oboustrannou limitu funkce

$$f(x) = \cos(\operatorname{arctg}(1/(x-1))) \text{ v bodě } x = 1$$

---

<sup>1</sup>Tedy funkcí  $x \mapsto 1/x$ ,  $\operatorname{arctg}$ ,  $\operatorname{arccotg}$ .

5b  $f(x) = \arcsin(1/(1 + \operatorname{tg}(x)))$  v bodě  $x = \pi/2$

5c  $f(x) = \operatorname{arccotg}(x/(x^2 - 1))$  v bodě  $x = -1$

5d  $f(x) = \operatorname{arctg}(x/(x^2 - 4))$  v bodě  $x = 2$

6. Odvoďte vzorce pro derivace funkcí  $\arccos$ ,  $\operatorname{arctg}$ .

7a Zjistěte monotonii funkce a použijte ji k výpočtu oboru hodnot funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)$$

7b

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(x) + \operatorname{arccotg}(1/x)$$

7c

$$f(x) = \arccos(2x + 1)$$

7d

$$f(x) = \arcsin \sqrt{x - x^2}$$

8a Načrtněte grafy funkcí a vysvětlete, jak jste k nim došli. Nevíte-li si rady, nechte grafy vykreslit a přemýšlejte nad nimi.

$$x \mapsto \sin(\arcsin(x)) \quad * x \mapsto \arcsin(\sin(x)) \quad x \mapsto \cos(\arcsin(x))$$

8b

$$*x \mapsto \arcsin(\cos(x)) \quad x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(x)) \quad x \mapsto \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(x))$$

8c

$$x \mapsto \operatorname{tg}(\operatorname{arccotg}(x)) \quad * x \mapsto \operatorname{arctg}(\operatorname{cotg}(x))$$

(\*9) Popište konstrukci pravidelného pětiúhelníku bez použití úhloměru a dokažte správnost této konstrukce.