Písemná část zkoušky z AN2

29. května 2025

1. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f.

$$f(x) = (2x-3)\exp(-x^2/2)$$

1*

$$f(x) = \frac{\exp(x^2/2)}{2x-3}$$

2. Pro funkce f, g určete definiční obor a body, v nichž má funkce odstranitelnou nespojitost

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(1/x) \qquad g(x) = \frac{2x-1}{\log(x^2)}$$

2*

$$f(x) = \operatorname{arccotg}(1/(x^3-2x^4)) \qquad g(x) = \frac{1-1/x}{\log(x^2)}$$

3. (a) Určete, zda následující řady splňují nutnou podmínku konvergence. Co odtud plyne pro konvergenci řady?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^3+4k-8}+2k}{k^2+k-7} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+k-7}{\sqrt{k^3+4k-8}+2k}$$

(b) Vypočtěte součet řady $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4^k}{3^{2k+1}}$

3* (a) jako u úlohy 3, v (b) vypočtěte součet řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4^k}{3^{2k+1}} - \frac{1}{2^k} \right)$$

4. Nalezněte primitivní funkce k funkcím f, g a udělejte zkoušku. Pro každou z primitivních funkcí zvolte otevřený a maximální možný interval (tj. takový, který nemůžete zvětšit).

$$f(x) = \frac{1}{3+\sqrt{x}} \qquad g(x) = \cos^2(x)$$

4*

$$f(x) = \frac{1}{3+\sqrt[3]{x}} \qquad g(x) = x\cos^2(x)$$

5. Vypočtěte určitý integrál.

$$\int_0^3 \sqrt{(5-2x)^6}\,\mathrm{d}x$$

5*

$$\int_0^3 \sqrt{(5-2x)^{16}}\,\mathrm{d}x$$