

## Příklady z předmětu FVP

1. Ukažte, že zobrazení

$$\begin{aligned}\|\cdot\|_{1,d} : (x_1, \dots, x_d) &\mapsto |x_1| + \dots + |x_d| \\ \|\cdot\|_{2,d} : (x_1, \dots, x_d) &\mapsto \sqrt{x_1^2 + \dots + x_d^2} \\ \|\cdot\|_{\infty,d} : (x_1, \dots, x_d) &\mapsto \max\{|x_1|, \dots, |x_d|\}\end{aligned}$$

jsou normami na vektorovém prostoru  $\mathbb{R}^d$ . (4 body)

2. Pro každou uspořádanou dvojici indexů  $\alpha, \beta \in \{1, 2, \infty\}$ ,  $\alpha \neq \beta$  a  $d \in \mathbb{N}$  nalezněte konstantu  $C_{\alpha,\beta,d}$  splňující

$$\forall x \in \mathbb{R}^d : \|x\|_{\alpha,d} \leq C_{\alpha,\beta,d} \|x\|_{\beta,d}$$

(6 bodů)

Pokud nezvládnete úlohu pro obecné  $d$ , můžete ji udělat pro  $d = 2, 3, 4$ .