

Limita funkce dvou proměnných

Pro funkci

$$f_1(x) = \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{|x| + |y|}$$

dokážeme počítáním limit po přímkách neexistenci limity v počátku (viz poslední cvičení).

Jak naložit s funkcí

$$f_2(x) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{|x| + |y|} ?$$

Použijeme úpravu

$$f_2(x) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{|x| + |y|}$$

Druhý zlomek má v počátku limitu nula (viz poslední cvičení).

Co uděláme s prvním zlomkem?

1. Buď si uvědomíme, že

$$0 \leq \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \leq 1.$$

2. Nebo spočteme substitucí $t = x^2 + y^2$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = 1.$$

(Kterou větu jsme použili?)