

# Požadavky ke zkoušce z AN3E

11. ledna 2017

1. Euklidovský skalární součin a jeho vlastnosti (pozitivita, symetrie, linearity) včetně důkazu jejich platnosti. Euklidovská norma vektoru a její vlastnosti (pozitivita, norma násobku, subaditivita) včetně důkazu jejich platnosti. Euklidovská vzdálenost a její vlastnosti (pozitivita, symetrie, trojúhelníková nerovnost) včetně důkazu jejich platnosti. Okolí bodu v  $\mathbb{R}^d$ , definice limity posloupnosti a funkce. Výpočet limity (posloupnosti a funkce do  $\mathbb{R}^d$ ) po složkách. Limity funkce z  $\mathbb{R}^2$  do  $\mathbb{R}$ , výpočet limity po přímkách a souvislost s limitou funkce. Příklad funkce dvou proměnných, která má v bodě limity po přímkách, jsou si rovny, ale nemá limitu ( $(x, y) \mapsto xy^2/(x^2 + y^2)$ ). [MS]  
Věta o limitě součinu funkce s nulovou limitou a omezené funkce a použití věty na limity funkcí více proměnných.
2. Definice parciální derivace, derivace podle vektoru a jejich geometrický význam. Parciální derivace jako speciální typ derivace podle vektoru. Definice slabé derivace, důkaz homogenity, důkaz, že aditivita geometricky znamená tečny v jedné rovině. Příklad funkce, jejíž tečny netvoří rovinu (například rozšíření funkce  $(x, y) \mapsto xy^2/(x^2 + y^2)$  do bodu  $(0, 0)$  a tečny v tomto bodě). Definice silné derivace, aproximační vlastnosti, příklad o měření strany trojúhelníku a výpočet chyby měření, [Z], příklad 2.22, str. 61. Věta o existenci silné derivace za předpokladu spojitých parciálních derivací a její důkaz.
3. Normované a metrické prostory, definice a příklady, součtová a maximová metrika a od ní odvozená norma. Otevřené a uzavřené množiny, definice a vlastnosti vzhledem ke sjednocení a průniku množin. Kompaktní množiny a věta o existenci extrémů spojitě funkce na kompaktní množině. Definice vnitřních, vnějších, hromadných, izolovaných, hraničních bodů množiny a vysvětlení těchto pojmů na konkrétních příkladech.

4. Stacionární body funkce více proměnných, geometrický význam (poloha tečen, tečné roviny vzhledem k souřadným osám a souřadným rovinám). Lokální extrém, kvadratické formy, typy kvadratických forem (pozitivně definitní, negativně definitní, indefinitní) a metody zjišťování typu kvadratické formy. Taylorův polynom druhého stupně pro funkci dvou proměnných, souvislost extrému s typem kvadratické formy.

Kompaktní množiny a věta o existenci extrémů spojitě funkce na kompaktní množině.

Vázané extrém, metoda Lagrangeových multiplikátorů.

5. Dvojná a dvojnásobné integrály, Fubiniova věta. Trojná a trojnásobné integrály. Statický moment obrazce/tělesa, poloha těžiště, výpočet těžiště obrazce/tělesa pomocí integrálu. Výpočet integrálu v polárních souřadnicích. Jacobiho matice, jakobián, geometrický význam, plocha průniku výseče a mezikruží.

6. Bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti a řady funkcí. Příklad posloupnosti spojitých funkcí s nespojitou limitou ( $\{x \mapsto \sin^{2n} x\}_{n=1}^{\infty}$ ). Věta o spojitosti limity stejnoměrně konvergentní posloupnosti spojitých funkcí a její důkaz.

Mocninné řady. Lemma o konvergenci mocninné řady v bodě a absolutní konvergenci v bodě bližším středu a jeho důkaz ([JV], lemma 2.2.3, str. 48) a jednodušší důkaz v případě absolutní konvergence ve vzdálenějším bodě.

Komplexní čísla, goniometrický tvar komplexního čísla, zobrazení komplexního čísla v rovině, grafické násobení komplexních čísel. Absolutní hodnota komplexního čísla, odvození vzorce pro absolutní hodnotu součinu a podílu komplexních čísel. Geometrická posloupnost a geometrická řada v oboru komplexních čísel, součet geometrické řady, odvození součtu včetně podmínky pro konvergenci.

## Reference

- [JV] [http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jvesely/ma12-13/TUL/KOMPL/kompl\\_upr\\_lib.pdf](http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jvesely/ma12-13/TUL/KOMPL/kompl_upr_lib.pdf) (klikací odkaz je na mém webu u ukpe)
- [Z] [www.karlin.mff.cuni.cz/~zajicek/skriptamn.htm](http://www.karlin.mff.cuni.cz/~zajicek/skriptamn.htm) (na mém webu je klikací odkaz)
- [MS] [https://kap.fp.tul.cz/~simunkova/analyza\\_soubory/an3e\\_2\\_tyden.pdf](https://kap.fp.tul.cz/~simunkova/analyza_soubory/an3e_2_tyden.pdf) (na mém webu je klikací odkaz)