

Počítání dvojných a trojných integrálů

Pro studenty FP TUL

Martina Šimůnková

14. prosince 2017

1. Vypočtěte oba dvojnásobné integrály odpovídající dvojnému integrálu $\iint_M f(x, y) \, dx \, dy$
 - (a) $f(x, y) = x^2$, M je trojúhelník o vrcholech $[0, 0]$, $[4, 0]$, $[1, 3]$
 - (b) $f(x, y) = \sqrt{\frac{y}{x}}$, $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 1, 0 \leq y \leq 1/x\}$
 - (c) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{xy}}$, $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x/2 \leq y \leq 2x, xy \leq 2\}$
2. Vypočtěte integrál $\iint_M x^2 \, dx \, dy$. Množina M je půlkruh se středem v počátku o poloměru jedna ležící v prvním a čtvrtém kvadrantu.
3. Vypočtěte integrál $\iint_{\mathbb{R}^2} \exp(-x^2 - y^2) \, dx \, dy$.
4. Vypočtěte integrál $\iiint_M \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$. Množina M je koule se středem v počátku a poloměrem dva.
5. Vypočtěte obsah rovnoběžníku $ABCD$ daného vrcholy $A = [0, 0]$, $B = [2, 1]$, $C = [3, 2]$.
 - (a) Prostředky elementární geometrie.
 - (b) Jako dvojný integrál z konstantní funkce rovné jedné přes tento rovnoběžník.
 - (c) Substitucí integrálu v předchozím bodě. Návod na substituci $u = 2y - x$, $v = y - x$.