

Písemná část akoušky z předmětu AN3E
26. ledna 2018

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

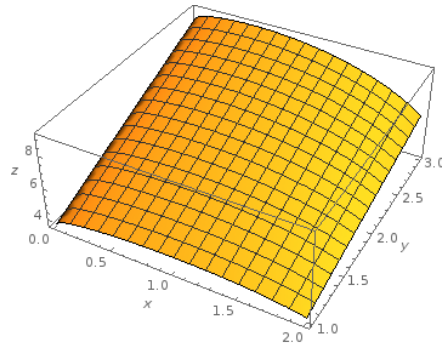
1. Kterou z následujících funkcí je možné spojitě rozšířit na \mathbb{R}^2 ?

$$f_1(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2} \quad f_2(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + (y - 1)^2}$$

2. Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě $\mathbf{a} = [1, 2]$.

$$f : (x, y) \mapsto \sqrt{x} + y\sqrt{5 - x^2} + \sqrt{y + 2}$$

Na obrázku je graf funkce f . Dokreslete do něj průsečnici tečné roviny s rovinou dolní podstavy kváдру. Z rovnice tečné roviny odvoďte rovnici této průsečnice a porovnejte s obrázkem.



3. Nalezněte stacionární body funkce f a určete jejich typ. Jakou polohu má tečná rovina ve stacionárním bodu vzhledem k souřadným osám?

$$f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$$

4. Množina M je trojúhelník ABC o vrcholech $A = [-3, 0]$, $B = [3, 0]$, $C = [1, 2]$ (trojúhelníkem myslíme celý obrazec, nejen jeho obvod).

- (a) Popište množiny $M_{x,*} = \{y : (x, y) \in M\}$, $M_{*,y} = \{x : (x, y) \in M\}$.
(b) Vypočítejte dvojný integrál z funkce $f : (x, y) \mapsto x$ přes množinu M .
(c) Hodnotu integrálu vypočítejte elementárně, víte-li, že integrál z výše uvedené funkce f se rovná součinu obsahu obrazce a x -ové souřadnice těžiště obrazce a tuto odhadnutou hodnotu porovnejte s hodnotu vypočtenou ve 4b.