

Písemná část zkoušky z předmětu AN3E
18. ledna 2019

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Vypočtěte derivaci funkce f v bodě $\mathbf{a} = [0, 0]$ podle vektoru $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$. Má funkce f v bodě \mathbf{a} slabou derivaci? Má v tomto bodě silnou derivaci?

$$f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

2. Zdůvodněte, že má funkce f silnou derivaci v bodě $\mathbf{a} = [1, 1]$ a tuto derivaci napište. Dále napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě \mathbf{a} .

$$f : (x, y) \mapsto \frac{\sqrt{xy} + 1}{x^2 + y - 1}$$

3. Množina M je trojúhelník ABC , popište množiny $M_{x,*} = \{y \in \mathbb{R} : (x, y) \in M\}$. Pro která $x \in \mathbb{R}$ je $M_{x,*}$ prázdná množina? Pro která x jednoprvková množina? Pro která x interval? Napište tyto intervaly. To samé udělejte pro množiny $M_{*,y} = \{x \in \mathbb{R} : (x, y) \in M\}$.

$$A = [1, 0], \quad B = [2, 3], \quad C = [-1, 2]$$

4. Rozviňte funkci f v mocninnou řadu se středem v bodě $z_0 = 0$, napište první čtyři nenulové členy této řady, určete její poloměr konvergence a zakreslete kruh konvergence do komplexní roviny.

$$f : z \mapsto \frac{2}{1 - z^2}$$

- 5.* Nalezněte extrémy funkce f na množině M

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2 - 9} \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$f(x, y) = (x^2 + 4y^2 - 4)(x^2 - 2xy + 4y^2) \quad M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 4\}$$