

# Hledání extrémů funkce více proměnných

Pro studenty FP TUL

Martina Šimůnková

1. prosince 2017

1. Nalezněte lokální extrémy funkce  $f$  a určete jejich typ.

(a)  $f : (x, y) \mapsto \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + 32xy$

(b)  $f : (x, y) \mapsto x^2 + xy + y^2 - 4 \log x - 10 \log y$

2. Nalezněte maximální a minimální hodnotu, kterou nabývá funkce  $f$  na množině  $M$ . Načrtněte množinu  $M$  a vyznačte na ní body, v nichž funkce  $f$  nabývá extrémních hodnot.

(a)  $f : (x, y) \mapsto x^2 + 2xy$ ,  $M$  je úsečka  $AB$ ,  $A = [1, 2]$ ,  $B = [2, -1]$

(b)  $f : (x, y) \mapsto x^2 - y^2$ ,  $M$  je oblouk paraboly o rovnici  $y = x - x^2$ ,  $x \in [0, 1]$

(c)  $f : (x, y) \mapsto x + 2y$ ,  $M$  je oblouk hyperboly o rovnici  $(x + 1)(y + 1) = 2$ ,  $x \in [0, 3]$

3. Načrtněte elipsu o rovnici

$$4x^2 + 2x + y^2 - 5y = 0$$

a vypočtete nejmenší a největší hodnotu, jakou na ní nabývá funkce  $f$ . Body, ve kterých jsou extrémní hodnoty nabývány, určete početně i graficky.

$$f : (x, y) \mapsto x + 2y$$

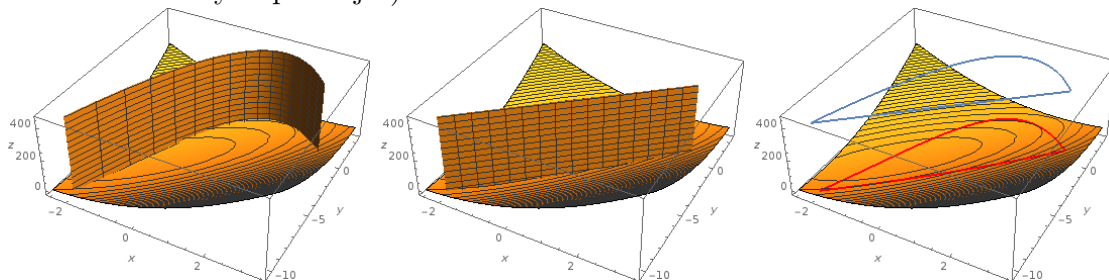
4. Načrtněte množinu

$$M = \{(x, y) : y \leq 3x - x^2, y \geq 2x - 6\}$$

a vypočtete nejmenší a největší hodnotu, jakou nabývá funkce  $f$  na množině  $M$ .

$$f : (x, y) \mapsto 11x^2 - 8xy + 2y^2 - 18x + 12y$$

Následující obrázky znázorňují výpočet (pokud se v nich dokážete zorientovat, použijte je k určení, ve kterých vámi spočtených bodech nabývá funkce  $f$  extrémů, a ostatní funkční hodnoty nepočítejte)



Další obrázky jsou pro funkci

$$f : (x, y) \mapsto 5x^2 + 6xy + 4y^2 + 2y$$

a množinu

$$M = \{(x, y) : y \leq 2x - x^2, y \geq 4/3x - 5/3\}.$$

