

1. Vypočtete Jacobiovu matici a Jakobián transformace ze sférických do kartézských souřadnic a výsledek interpretujte geometricky.

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi \quad y = r \sin \vartheta \sin \varphi \quad z = r \cos \vartheta$$

2. Napište trojné integrály, ze kterých spočítáte objem a polohu těžiště kužele  $K$  a „vrchlíku“  $V$  o výšce  $v$ . Integrály převed'te do sférických souřadnic.

$$\begin{aligned} K &= \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq v\} \\ V &= \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{v^2 - x^2 - y^2}\} \end{aligned}$$

3. Trojné integrály ve sférických souřadnicích z předchozího příkladu převed'te pomocí Fubiniovy věty na trojnásobné integrály a vypočtete je.